

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра квантовой электроники

ФЕМТОСЕКУНДНАЯ ДИНАМИКА
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА
ХИРАЛЬНЫМИ ПЛАЗМОННЫМИ МЕТАМАТЕРИАЛАМИ

Дипломная работа
студента 427 группы
Аль-Шедиват М.Ф.

Научный руководитель:
м.н.с., к.ф-м.н. Щербаков М.Р.



Москва - 2013

Оглавление

Введение	2
Обзор литературы	3
1. Квантовый контроль и формирование структуры лазерных импульсов	3
1.1. Квантовый контроль молекулярных систем	3
1.2. Классический метод формирования лазерных импульсов	5
1.3. Альтернативные методы формирования лазерных импульсов	5
2. Поверхностные плазмон-поляритоны	6
3. Анизотропные плазмонные наноструктуры	8
4. Хиральные плазмонные метаматериалы	9
5. Методики FROG и TREEFROG для получения полной информации о сверхкоротких лазерных импульсах	11
6. Постановка задачи	14
Моделирование	15
1. Моделирование и анализ импульсов, взаимодействующих с плазмонной решеткой	15
1.1. Моделирование отклика структуры резонансом типа Лоренца	15
1.2. Анализ поляризационной структуры импульса	18
2. Моделирование лазерных импульсов, прошедших через хиральный плазмонный метаматериал	19
2.1. Методика восстановления импульсов по спектру матрицы пропускания	19
2.2. Результаты восстановления импульсов по спектру матрицы пропускания	20
Экспериментальная часть	25
1. Автокорреляционный анализ лазерных импульсов	25
1.1. Методика подбора оптимальной спектральной ширины и параметров ком- прессии фемтосекундных импульсов	27
2. Исследование лазерного импульса, прошедшего через плазмонный метаматериал	28
2.1. Корреляционный анализ лазерного импульса	28
2.2. Результаты использования метода TREEFROG для одновременного вос- становления полной информации о двух импульсах	30
Заключение	32
Список литературы	33

Введение

Работа посвящена изучению явления формирования фемтосекундных лазерных импульсов с помощью плазмонных анизотропных наноструктур и с помощью плазмонных хиральных метаматериалов. В работе проведено аналитическое и численное моделирование лазерных импульсов, получаемых в результате их прохождения через плазмонные метаматериалы, а также экспериментально получены спектрограммы фемтосекундных импульсов и проведено восстановление их амплитуды и фазы методом TREEFROG¹.

С развитием лазерной техники появляется возможность использовать в различных научных и технических приложениях все более короткие и все более мощные лазерные импульсы. С появлением возможности генерировать фемтосекундные импульсы в 1990-е годы появляется идея использовать их как инструмент для осуществления квантового контроля молекулярных систем, который был теоретически исследован еще в 1980-е годы [1]. Задача квантового контроля была сведена к задаче формирования необходимой структуры лазерного импульса, осуществляющего контроль. Для получения импульса определенной формы и поляризационной структуры, в ряде работ была предложена экспериментальная схема, основанная на разложении импульса в спектр и внесении фазовых задержек в каждую из фурье-компонет излучения [2,3].

Не смотря на существование классической схемы формирования лазерных импульсов произвольной поляризационной структуры, возможна реализация альтернативной методики формирования с помощью взаимодействия импульсов с локальными возбуждениями на поверхностях твердых тел, например, плазмон-поляритонами. Было показано, что после взаимодействия с плазмонными наноструктурами и метаматериалами — композитными материалами, свойства которых обусловлены не столько свойствами составляющих их элементов, сколько искусственно созданной периодической структурой [4], — существенно меняется внутренняя поляризационная структура лазерного импульса [5,6].

Целью данной работы является исследование процесса формирования структуры фемтосекундных лазерных импульсов с помощью плазмонных метаматериалов как с помощью аналитического и численного моделирования, так и экспериментальным методом измерения кросскорреляционных функций и спектрограмм фемтосекундных лазерных импульсов, прошедших через различные метаматериалы с последующим восстановлением их амплитуд и фаз.

Была аналитически и численно показана возможность внесения динамики состояния поляризации в фемтосекундный лазерный импульс при его взаимодействии с анизотропной плазмонной наноструктурой и с хиральным плазмонным метаматериалом. Методом восстановления полной информации об импульсе TREEFROG экспериментально изучено преобразование импульса длительностью 20 фс хиральным плазмонным метаматериалом и показано отсутствие детектируемой динамики состояния поляризации внутри импульса.

¹TREEFROG — Twin Recovery of Electric-field Envelopes by the use of FROG (Frequency Resolved Optical Gating).

Обзор литературы

1. Квантовый контроль и формирование структуры лазерных импульсов

Еще со времен появления первых лазеров исследователи задавались вопросом возможности осуществления контроля протекания химических реакций с помощью когерентного электромагнитного излучения. С появлением возможности генерировать ультракороткие лазерные импульсы (длительностью вплоть до нескольких фемтосекунд), в химии возникает новое направление — фемтохимия, в задачи которой входит контроль химических превращений с помощью сверхкоротких лазерных импульсов [1].

Идея контроля заключается во взаимодействии короткого лазерного импульса с молекулами на временах, на которых последние не успевают реагировать на изменение своего окружения. Тем самым, с помощью фемтосекундных лазерных импульсов появляется возможность приводить систему в различные квантовые состояния, с трудом достижимые другими термодинамическими процессами. Например, появляется возможность разорвать определенную связь в молекуле, оставив остальные, даже более слабые связи, нетронутыми [7, 8].

1.1. Квантовый контроль молекулярных систем

Метод квантового когерентного контроля молекулярных систем теоретически начинал разрабатываться еще в 70-е и 80-е годы. В то время считалось, что энергия лазерного излучения может селективно поглощаться химической системой, что может приводить как к ее возбуждению, так и к разрыву выбранных химических связей. В 70-е годы предпринимались попытки экспериментального воплощения этой идеи [9], которые столкнулись с проблемой диссипации энергии в по модам межмолекулярных колебаний, а следовательно и с невозможностью селективного контроля связей [8]. Важные теоретические работы появились в поздние 80-е [10, 11]. Было показано теоретически, что в квантовомеханической системе однофотонные и трехфотонные возбуждения вызывают конструктивную или деструктивную интерференцию различных путей протекания реакции, зависящую от относительной фазы периодического электромагнитного воздействия [12]. С появлением экспериментальных возможностей квантовый контроль оказался в сфере активных разработок современной квантовой фемтохимии и оптики. В качестве подходящего экспериментального инструмента осуществления контроля квантовой системы были выбраны короткие лазерные импульсы в силу уже упоминавшихся их уникальных свойств. Таким образом, задача контроля квантовой системы была сведена к задаче формирования нужного лазерного импульса — инструмента контроля.

В серии работ по оптимизации выхода физико-химических реакций с помощью фемтосекундных лазерных импульсов, сформированных определенным образом, были предложены экспериментальные реализации методов контроля и продемонстрирована их эффективность [2]. В качестве контролируемых реакций рассматривались двухфотонные переходы в цезии [3], диссоциация пентакарбонила железа [2], ионизация пучка атомов калия [13] (рис. 1). В каждой из экспериментальных работ использовалась классическая схема формирования поляризационной структуры лазерных импульсов, а выход эксперимента контролировался с помощью пошагового оптимизационного алгоритма, изменяющего структуру возбуждающего фемтосекундного импульса.

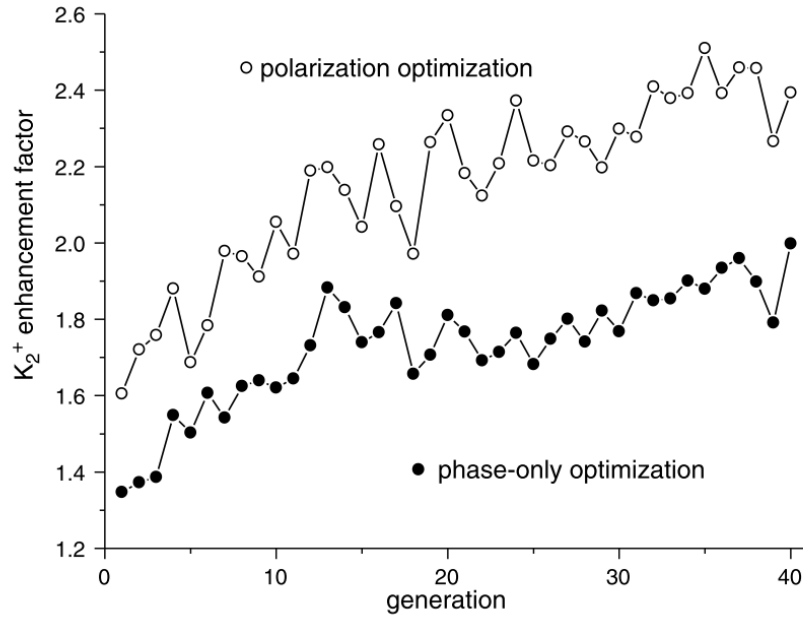


Рис. 1: Улучшение ионизации пучка атомов калия с увеличением номера итерации эволюционного оптимизационного алгоритма [13].

Область квантового контроля не только активно развивалась в течение последних 20 лет, но и не теряет актуальности в наше время. В декабре 2012 года была предложена еще более усовершенствованная схема контроля квантовых систем [14], использующая помимо спектральной степени свободы (при формировании поляризационной структуры лазерных импульсов), еще и пространственную, что, как было показано, позволяет производить еще более тонкое манипулирование квантовыми состояниями систем (рис. 2b). В качестве наглядного аналитического примера авторы рассматривают двух-фотонное возбуждение двухуровневой системы с помощью двух одинаковых коротких лазерных импульсов, распространяющихся навстречу друг другу. Выражение для вероятности такого возбуждения может быть записано в следующем виде

$$S_{2p}(z) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} d\omega A(\omega) A(-\omega) e^{i(\Phi(\omega) - \Phi(-\omega) + \omega \Delta t)} \right|^2,$$

где $\Delta t = \frac{2z}{c}$ — временная задержка между двумя импульсами в некоторой точке с координатой z на оси, проходящей вдоль линии их распространения, $A(\omega)$ и $\Phi(\omega)$ — спектральная амплитуда и спектральная фаза импульса, соответственно. Важно отметить, что благодаря зависимости $S_{2p}(z)$ возможен контроль пространственных мод системы; в то же время видно, что пространственно нечувствительные моды никак не будут реагировать на различную фазовую модуляцию импульсов, что подобно интегрированию $S_{2p}(z)$ вдоль оси z .

В качестве экспериментального примера авторами работы был проведен квантовый контроль переходов между уровнями 5S-7S (6S-8S) для атомов пара рубидия (цезия) с помощью предложенной двухимпульсной схемы (см. диаграмму уровней на рис. 2a). Мониторинг возбуждения атомов проводился с помощью регистрации люминесценции релаксационных переходов 6P-5S (420 нм) и 7P-6S (459 нм) для атомов рубидия и цезия, соответственно [14].

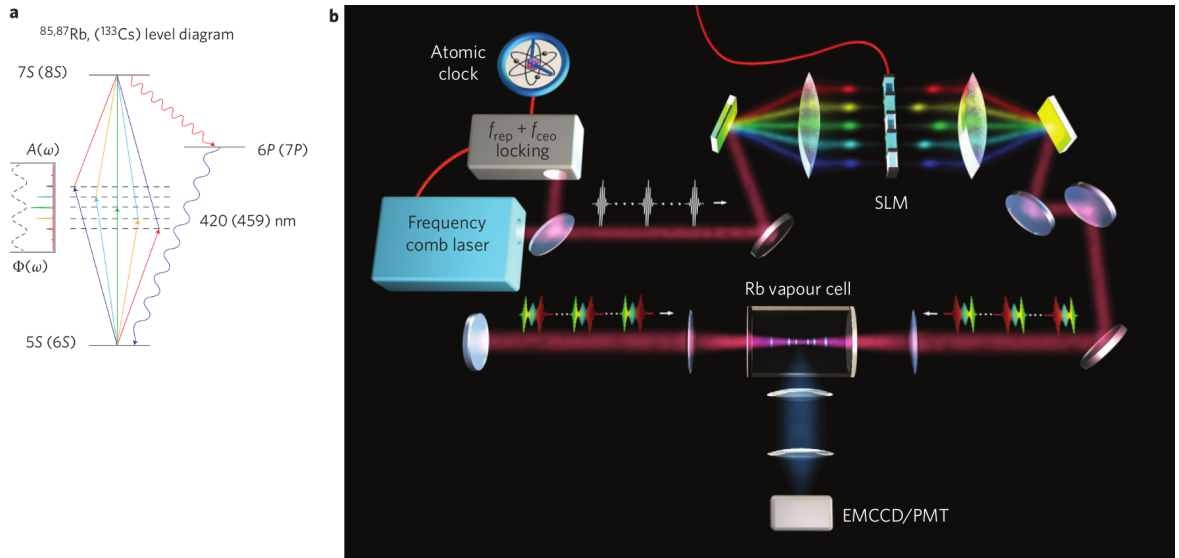


Рис. 2: **(а)** Диаграмма уровней и переходов. Спектрально промодулированные импульсы переводят атомы рубидия (цезия) с 5S (6S) уровня через промежуточные из на 7S (8S) уровень, из которого атомы релаксируют обратно на исходный уровень 5S (6S) через 6P (7P). **(б)** Схема экспериментальной установки для двухимпульсного спектрально-пространственного метода квантового контроля [14].

1.2. Классический метод формирования лазерных импульсов

Классические схемы формирования поляризационной структуры пико- и фемтосекундных лазерных импульсов были предложены в работах [3, 13–15]. Идея метода заключается в разложении в спектр исходного импульса, внесении определенной фазовой задержки в каждую из спектральных компонент импульса с помощью пространственного модулятора света (ПМС) — жидкокристаллической матрицы — и дальнейшем сборе всех компонент в единый лазерный импульс уже с измененной формой и поляризационной внутренней структурой. Также, данный метод называют фазовой модуляцией лазерных импульсов. Аналитически данный процесс может быть записан следующим образом:

$$E_{\text{out}}(t) = \int \tilde{E}_{\text{in}}(\omega) A(\omega) e^{i\varphi(\omega)} e^{i\omega t} d\omega, \quad (1)$$

где $\tilde{E}_{\text{in}}(\omega)$ — спектр электрического поля падающего на ПМС лазерного импульса, $E_{\text{out}}(t)$ — электрическое поле прошедшего через ПМС импульса во временной области, $A(\omega) \cdot e^{i\varphi(\omega)}$ — амплитудный коэффициент и фазовая задержка, вносимые жидкокристаллическим фильтром. Структура импульса — амплитуда и относительная фаза в каждый момент времени — полностью контролируется состоянием пикселей ЖК-матрицы модулятора света. Таким образом, может быть поставлена задача оптимизации состояния ЖК-матрицы, дающего наибольший выход некоторого физико-химического эксперимента. В работах [2, 13] данная задача оптимизации решалась с помощью глобального эволюционного алгоритма оптимизации.

1.3. Альтернативные методы формирования лазерных импульсов

Основным недостатком классической схемы формирования импульсов является ее пространственный размер. Для формирования определенной структуры лазерного импульса, в зависимости от разрешения ПМС, требуется определенное расстояние, на котором долж-

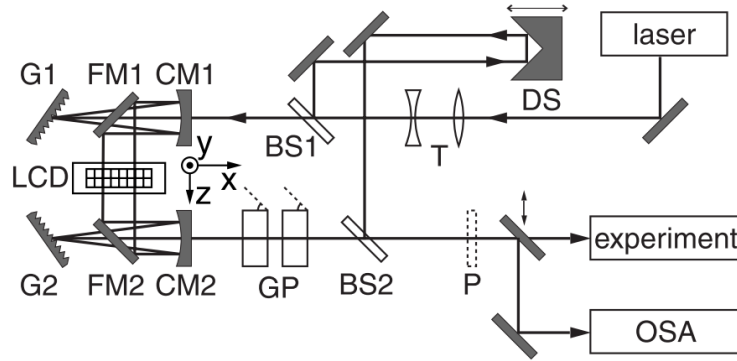


Рис. 3: Классическая схема формирования структуры фемтосекундных лазерных импульсов с помощью внесения различных фазовых задержек в каждую из спектральных компонент импульса [13].

ны располагаться линзы и дифракционные решетки, что сразу ставит жесткие ограничения на масштабы экспериментальной схемы. Более того, следуя закономерности современных исследований в области квантового контроля [14], можно предположить, что в будущем возможно появление более искусных схем, работающих одновременно с несколькими различным образом сформированными импульсами. Это сразу требует, в случае использования классической схемы формирования, нескольких различных ПМС, что еще увеличивает размеры экспериментальной установки. Тем самым, прослеживается необходимость в новых методах формирования поляризационной структуры лазерных импульсов, отличающихся от классического своей компактностью и не уступающих в эффективности. Одной из возможностей управления формой лазерных импульсов на малых пространственных масштабах является их взаимодействие с короткоживущими возбуждениями в твердых телах, например с поверхностными плазмон-поляритонами.

2. Поверхностные плазмон-поляритоны

Поверхностными плазмон-поляритонами (ППП) называют поверхностные электромагнитные волны (ПЭВ), которые представляют собой коллективные колебания электронной плазмы и электромагнитного поля, распространяющиеся вдоль границы раздела сред металл-диэлектрик, при этом существующие одновременно в обеих из них. Поля, переносимые этими волнами, локализованы вблизи поверхности и экспоненциально затухают по обе стороны от нее. В отличие от обычных объемных, чисто поперечных электромагнитных волн, поверхностные волны являются частично продольными волнами ТМ-типа [16].

Теоретически поверхностные электромагнитные волны известны с начала прошлого века. Формально, ПЭВ описываются обычными волновыми уравнениями для определенных условий, но при этом являются их особым решением. Распределение каждой из компонент U электрического и магнитного полей на частоте ω в плоскости ПЭВ, бегущей вдоль оси x , имеет вид:

$$U = U_0 \exp(\pm \kappa_{1,2} z) \cos[\pm(\omega t - k_s x)], \quad (2)$$

где U_0 — амплитуда ПЭВ, $\kappa_{1,2}$ — коэффициенты затухания ПЭВ в средах 1 и 2 соответственно, k_s — волновое число.

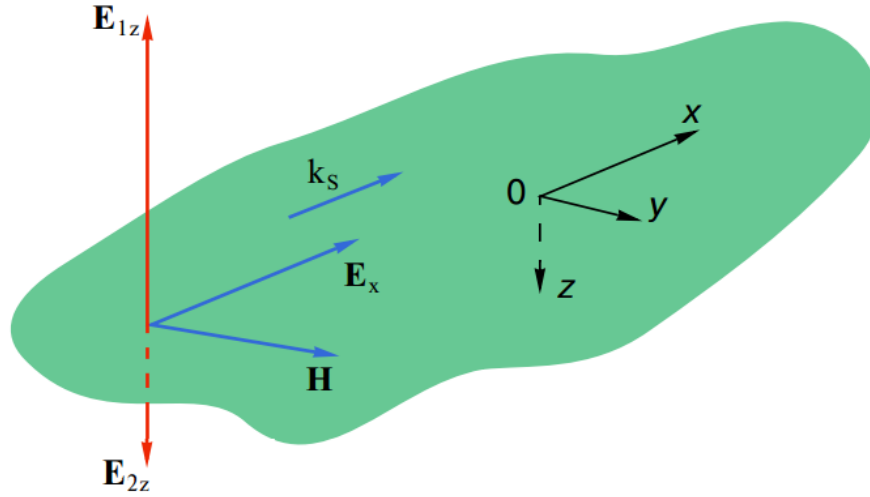


Рис. 4: Ориентация полевых векторов в поверхностной электромагнитной волне [16].

В результате решения уравнений Максвелла с соответствующими граничными условиями, можно получить закон дисперсии для ППП, который будет отличаться от закона дисперсии электромагнитной волны в однородной среде [17]:

$$k_{sp}(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_1(\omega)\varepsilon_2(\omega)}{\varepsilon_1(\omega) + \varepsilon_2(\omega)}}, \quad (3)$$

где ω — частота падающего излучения, c — скорость света в вакууме, $\varepsilon_{1,2}$ — диэлектрические проницаемости первой среды (металла) и второй среды (диэлектрика). Для возбуждения ППП важно, чтобы диэлектрические проницаемости имели различные знаки. В случае металлической и диэлектрической сред, $\varepsilon_1 < 0$ и $\varepsilon_2 > 0$, соответственно. Кроме того, чтобы у k_{sp} существовала действительная часть, необходимо выполнение неравенства $|\varepsilon_1| > \varepsilon_2$. Записывая диэлектрическую проницаемость ε_1 в виде $\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 + i\varepsilon''_1$ и помня, что ε_2 является действительной величиной, получаем следующее выражение для дисперсионной зависимости:

$$k_{sp}(\omega) = k'_{sp} + ik''_{sp} = \frac{\omega}{c} \left(\frac{\varepsilon'_1(\omega)\varepsilon_2(\omega)}{\varepsilon'_1(\omega) + \varepsilon_2(\omega)} \right)^{1/2} + i \frac{\omega}{c} \left(\frac{\varepsilon'_1(\omega)\varepsilon_2(\omega)}{\varepsilon'_1(\omega) + \varepsilon_2(\omega)} \right)^{3/2} \frac{\varepsilon''_1(\omega)}{2\varepsilon_2(\omega)}. \quad (4)$$

В силу того, что дисперсионная кривая плазмон-поляритонов не пересекается световой линией, с помощью обычной падающей на границу раздела металл-диэлектрик световой волны возбудить ППП невозможно из-за несоблюдения условия фазового синхронизма — равенства волновых векторов падающей электромагнитной волны и ППП.

Для возбуждения поверхностных электромагнитных волн необходимо обеспечить условия фазового синхронизма. Существует три основных метода возбуждения ППП — два призмных (геометрия Отто и геометрия Кречмана) и решеточный метод [16]. В случае взаимодействия электромагнитного излучения с метаматериалами, периодическая структура последних играет роль решетки, позволяющей выполнить условие фазового синхронизма и возбудить ППП на поверхности метаматериала.

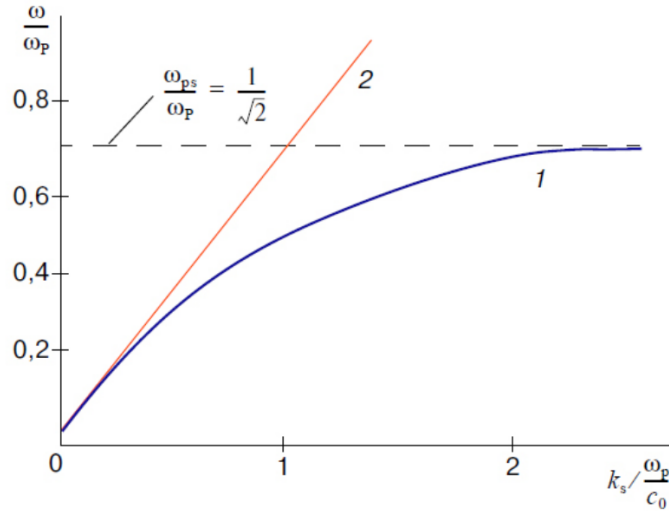


Рис. 5: Закон дисперсии поверхностных плазмон-поляритонов на границе раздела металл-вакуум. ω_p — плазменная частота, 2 — световая линия $\omega = ck_s$ [16].

3. Анизотропные плазмонные наноструктуры

Анизотропными плазмонными наноструктурами называются линейные наноструктурированные материалы, например нанорешетки, способные возбуждать поверхностные плазмон-поляритоны при взаимодействии с излучением. Было показано, что такие плазмонные структуры обладают анизотропией: они взаимодействуют лишь с р-компонентой падающего электромагнитного излучения, s-компонента отражается или проходит сквозь материал без преобразований [18]. В следствие такой анизотропии возможно возникновение сверхбыстрой динамики состояния поляризации внутри фемтосекундного импульса [6].

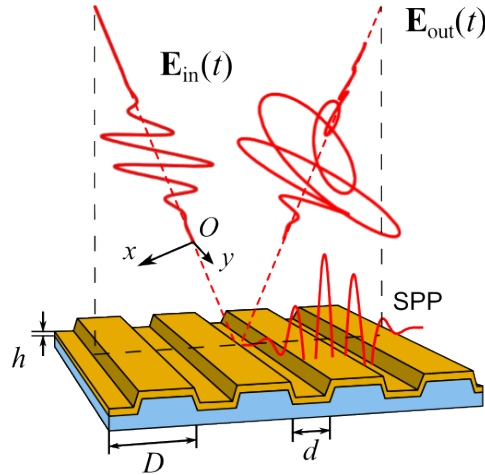


Рис. 6: Отражение лазерного импульса от анизотропной решеточной структуры [5].

Также было показано, каким именно способом изменяется поляризационная структура импульса, провзаимодействовавшего с анизотропным материалом: р-компонента импульса, переходя в плазмонную моду поля, переизлучается с небольшой задержкой и существенным затягиванием импульса [5]. Экспериментально было показано, что хорошими аппроксимациями отклика решеточной структуры на р-поляризованное излучение являются лоренцевский резонанс и резонанс типа Фано [18]. Построение, визуализация и анализ каждой из моделей входит в задачи данной работы.

4. Хиральные плазмонные метаматериалы

Хиральными называют материалы, не обладающие зеркальной симметрией. В следствии этого возможна высокая оптическая активность материала, а также наличие кругового дихроизма [19].

В 2011 году группой ученых из Йены был представлен трехмерный хиральный метаматериал, состоящий из золотых наноспиралей, размерами в 400 нм на 400 нм на 60 нм [20]. Авторы работы провели полную поляризметрию материала и показали, что подобная структура обладает круговым дихроизмом. Также, авторы статьи предположили, что круговой дихроизм образца способен порождать интересную динамику поляризации внутри коротких лазерных импульсов.

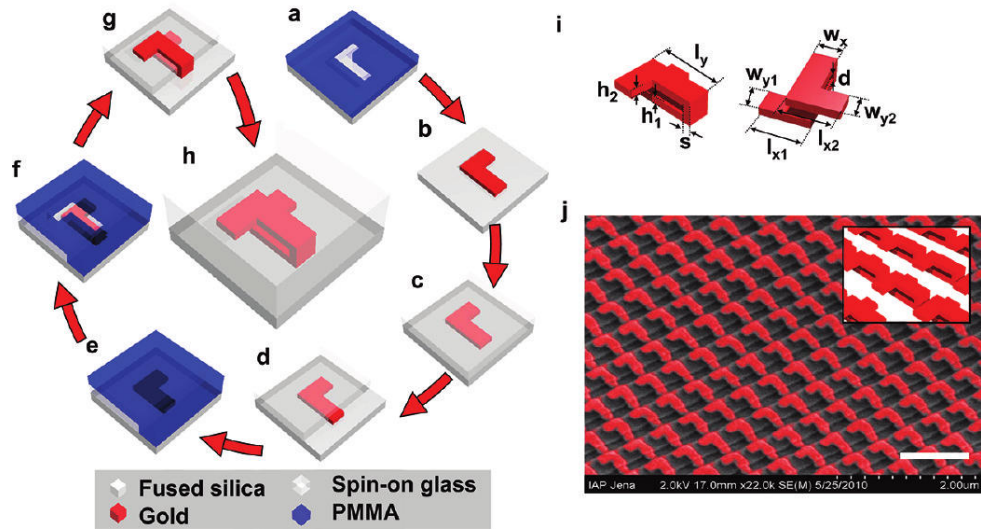


Рис. 7: Трехмерный хиральный плазмонный метаматериал, состоящий из L-образных спиральных золотых метатомов. Каждый метатом имеет размеры порядка 400 на 400 на 60 нм [20].

Пусть на произвольный линейный преобразователь электромагнитного излучения падает электромагнитная волна, записываемая в декартовых координатах в виде столбца $(E_x^{in}(t, z), E_y^{in}(t, z))^T$, распространяющаяся вдоль положительного направления оси Z , а преобразователь имеет координату $z = 0$. Пусть также данная волна имеет спектральное представление $(\tilde{E}_x^{in}(\omega), \tilde{E}_y^{in}(\omega))^T$. После ее прохождения через линейный преобразователь, получается новая волна $(E_x^{out}(t, z), E_y^{out}(t, z))^T$ со спектром $(\tilde{E}_x^{out}(\omega), \tilde{E}_y^{out}(\omega))^T$. Такое преобразование электромагнитного излучения можно записать в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_x^{out}(\omega) \\ \tilde{E}_y^{out}(\omega) \end{pmatrix} = \hat{T}_{lin}(\omega) \cdot \begin{pmatrix} \tilde{E}_x^{in}(\omega) \\ \tilde{E}_y^{in}(\omega) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где $\hat{T}_{lin}(\omega)$ — матрица пропускания данного преобразователя излучения в линейном базисе [21]; она может быть записана следующим образом:

$$\hat{T}_{lin}(\omega) = \begin{pmatrix} T_{xx}(\omega) & T_{xy}(\omega) \\ T_{yx}(\omega) & T_{yy}(\omega) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где t_{ij} — некоторые комплексные коэффициенты.

Электромагнитную волну можно также представить в виде разложения на суперпозицию двух волн левой и правой круговой поляризации (а более общо — некоторых двух

эллиптических поляризаций). Такой базис электромагнитного излучения называется круговым базисом, для которого матрица $\hat{T}_{circ}(\omega)$ имеет другой вид:

$$\hat{T}_{circ}(\omega) = \begin{pmatrix} T_{++}(\omega) & T_{+-}(\omega) \\ T_{-+}(\omega) & T_{--}(\omega) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где индексы компонент «+» и «-» обозначают отношение данной компоненты к правой и левой круговой поляризации соответственно. При этом переход из линейного базиса в круговой происходит с помощью матрицы перехода $\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}$ [22]:

$$\hat{T}_{circ}(\omega) = \hat{A}^{-1} \cdot \hat{T}^{lin}(\omega) \cdot \hat{A}. \quad (8)$$

На рис. 8 представлены модули и фазы как измеренных, так и рассчитанных методом Фурье-мод всех компонент линейной матрицы пропускания исследовавшегося трехмерного хирального метаматериала. Также представлены графики зависимости кругового дихроизма — разности интенсивностей пропускания правой и левой круговой поляризаций — и кругового двулучепреломления — разницы в фазовых задержках между правой и левой поляризациями — от длины волны. Авторы вводят эти характеристики как $\eta = |T_{++}|^2 - |T_{--}|^2$ и $\theta = -1/2 [\arg(T_{++}) - \arg(T_{--})]$, соответственно [20].

Анализ динамики состояния поляризации и восстановление структуры лазерных импульсов, проходящих через подобный трехмерный хиральный метаматериал, представляют особый интерес в виду как существенного отличия свойств таких материалов от анизотропных нанорешеток, так и отсутствия подобных исследований в литературе. Данная задача ставится и решается в дипломной работе как в рамках моделирования, так и экспериментально.

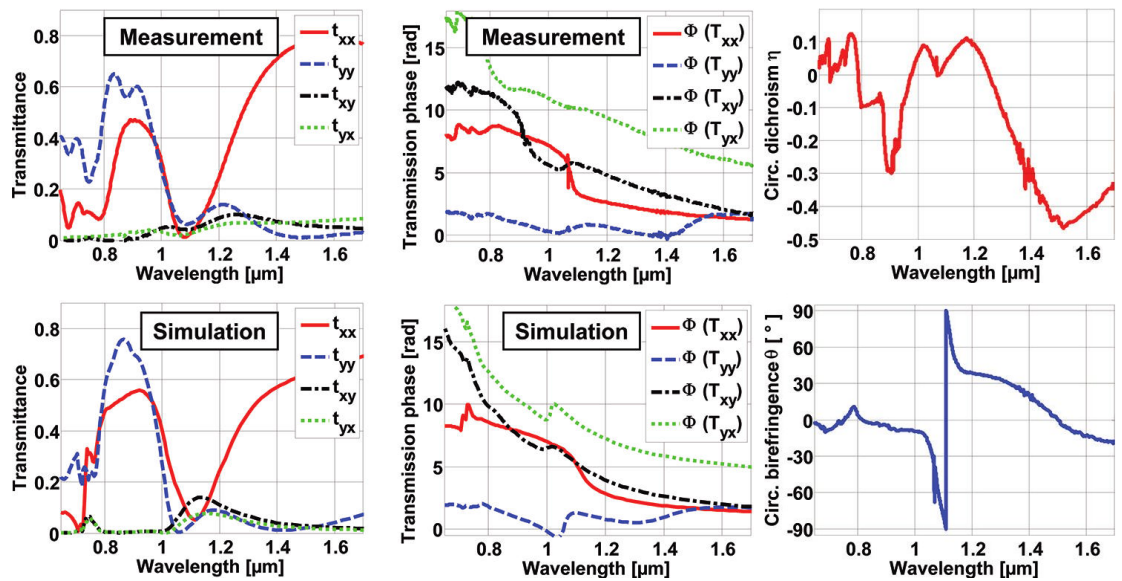


Рис. 8: На графиках представлены спектры всех четырех компонент матрицы пропускания хирального метаматериала, а также кругового дихроизма и кругового двулучепреломления [20].

5. Методики FROG и TREEFROG для получения полной информации о сверхкоротких лазерных импульсах

Для получения полной информации о лазерных импульсах в данной работе используется методика частотно-разрешающего оптического стробирования, — TREEFROG [23] — которая является разновидностью схемы FROG. Определим, что значит получение полной информации о лазерном импульсе. Временная компонента импульса может быть записана следующим образом:

$$E(t) = \text{Re} \left\{ \sqrt{I(t)} \exp(i\omega_0 t - i\phi(t) + i\phi_0) \right\}, \quad (9)$$

где $I(t)$ и $\phi(t)$ — интенсивность и относительная фаза электрического поля, соответственно, ω_0 — несущая частота, ϕ_0 — начальная фаза. Полная информация об импульсе содержится в функциях $I(t)$ и $\phi(t)$. Другими словами, для полной характеристики лазерного импульса необходимо, чтобы была измерена не только его интенсивность, но и относительная фаза.

В силу того, что частота оптического излучения слишком высока, на сегодняшний день не существует электронных приборов, позволяющих измерять лазерные импульсы в полноценном временном разрешении. Более того, современные электронные фотодетекторы позволяют измерять лишь усредненную интенсивность по промежутку времени порядка наносекунд. Для проведения измерений в более высоком разрешении используется корреляционная методика: два импульса — исследуемый и стробирующий — скрещиваются в объеме среды, обладающей некоторым порядком нелинейности, например вторым, после чего измеряется интенсивность излучения суммарной частоты. В силу того, что измеряемая интенсивность пропорциональна свертке интенсивностей сбиваемых импульсов в области их перекрытия, можно «прописать» профиль исследуемого импульса, сдвигая по времени относительно него стробирующий импульс:

$$C(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{meas}(t) I_{probe}(t - \tau) dt. \quad (10)$$

Описанная выше методика будет давать хорошее разрешение исследуемого импульса лишь в случае наличия существенно более короткого стробирующего импульса. То есть наносекундные импульсы можно стробировать пико- или фемтосекундными, пикосекундные — фемтосекундными. Для характеристики фемтосекундных лазерных импульсов, длительностью от десятков до сотен фемтосекунд, возможность использовать в качестве стробирующего импульса более короткий, как правило, отсутствует. Поэтому в качестве стробирующего используется сам измеряемый импульс. Данная методика называется автокорреляционной. Не обладая высокой разрешающей способностью, она все же позволяет делать различные суждения об импульсах, например, об их длительности, симметричности или асимметричности, наличии небольших импульсов-спутников, примыкающих к основному и распространяющихся вместе с ним, и т.п. [24].

Возвращаясь к вопросу о получении полной информации о лазерном импульсе, стоит отметить, что ни корреляционный, ни автокорреляционный анализ не позволяют измерить относительную фазу. Метод, позволяющий с высокой точностью получить информацию как о временной зависимости амплитуды, так и о фазе, был разработан в 1990-е годы и получил название частотно-разрешающего оптического стробирования (FROG) [25].

Идея метода заключается в измерении спектрограммы импульса, генерируемого в нелинейной среде при взаимодействии исследуемого $E(t)$ и стробирующего $G(t)$ импульсов.

Математическая запись спектрограммы выглядит следующим образом:

$$S(\omega, \tau) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} E(t)G(t - \tau) \exp(-i\omega t) dt \right|^2, \quad (11)$$

где $G(t - \tau)$ — пробный импульс, зависящий от временной задержки τ . Таким образом, спектрограммой называют набор спектров свертки стробирующего и исследуемого импульсов для различных значений времени задержки τ . Спектрограммы были исследованы и применялись в акустике еще за долго до их применения в оптике, и было показано, что с помощью информации, содержащейся в спектрограмме можно полностью охарактеризовать амплитуду и относительную фазу исследуемого импульса [26].

В случае использования автокорреляционной схемы SHG FROG (рис. 9a), использующей квадратичную нелинейность, измеряемая спектрограмма будет выглядеть следующим образом:

$$I_{FROG}^{SHG}(\omega, \tau) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} E(t)E(t - \tau) \exp(-i\omega t) dt \right|^2. \quad (12)$$

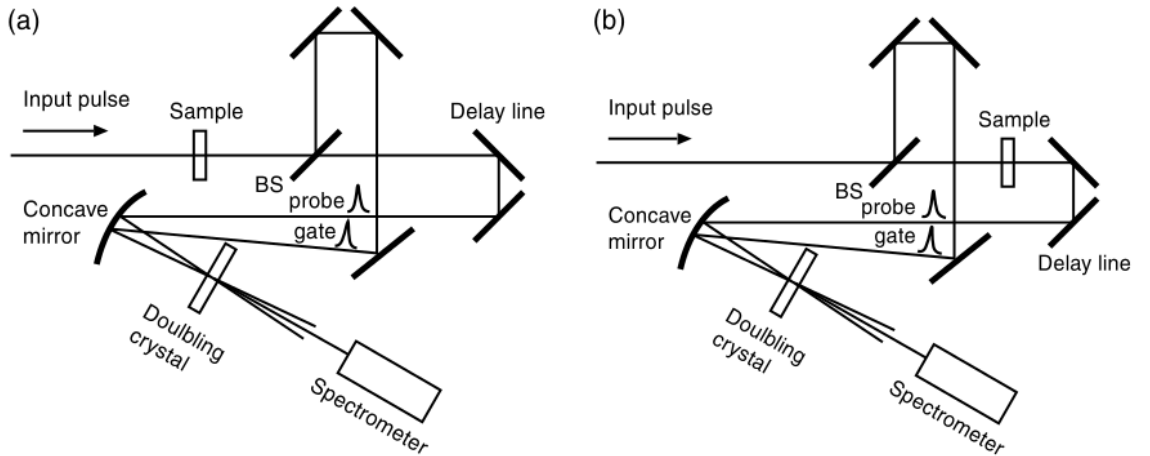


Рис. 9: Принципиальные схемы (a) FROG и (b) XFROG и TREEFROG [27].

В случае использования кросскорреляционной схемы (рис. 9b), спектрограмма будет несколько отличаться от приведенной выше:

$$I_{(X/TREE)FROG}^{SHG}(\omega, \tau) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} E(t)G(t - \tau) \exp(-i\omega t) dt \right|^2. \quad (13)$$

Возможны две основные методики восстановления импульса по такой спектрограмме — XFROG и TREEFROG, отличающиеся алгоритмом восстановления [23, 25].

Получение полной информации об амплитуде и относительной фазе по спектрограмме производится итеративным образом с использованием в своей основе метода обобщенных проекций (ОП). Идея заключается в преобразовании импульсов на каждой итерации таким образом, чтобы поочередно выполнялись следующие ограничения: (*) равенство спектрограммы восстановленных импульсов измеренной спектрограмме, (**) равенство сигнального поля $E_{sig}(t, \tau)$ произведению $E(t)G(t - \tau)$ или $E(t)E(t - \tau)$ в случае FROG. Преобразования импульсов, выполняющие одно из указанных ограничений, формально можно считать

проекциями функций, описывающих импульсы, на некоторое подпространство функций, удовлетворяющих одному из указанных условий. Таким образом, зная, что искомое решение задачи восстановления импульсов удовлетворяет сразу двум ограничениям, алгоритм итеративно проецирует текущие функции $E(t)$ и $G(t)$ на подпространства, удовлетворяющие ограничениям, с каждым шагом приближаясь к искомому решению (наглядная иллюстрация приведена на рис. 10a).

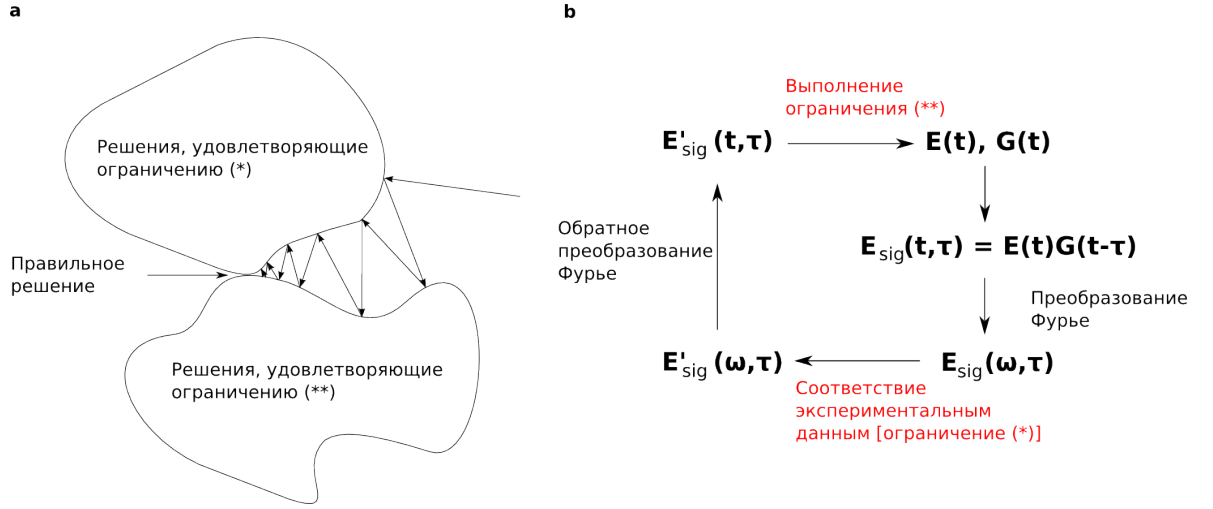


Рис. 10: (a) Иллюстрация метода обобщенных проекций. (b) Схема итеративного алгоритма (X/TREE)FROG.

На первой итерации алгоритма генерируется произвольное начальное поле восстанавливаемого импульса $E(t)$ и поле стробирующего импульса $G(t)$ (в случае схемы FROG $E(t) = G(t)$). После этого считается свертка импульсов, берется от нее преобразование Фурье и получается спектр сигнального поля $E_{sig}(\omega, \tau)$. Далее, чтобы удовлетворить условию (*) производится замена амплитуды данного комплексного сигнального поля на измеренную амплитуду — спектрограмму [28]:

$$E'_{sig}(\omega, \tau) = \frac{E_{sig}(\omega, \tau)}{|E_{sig}(\omega, \tau)|} [I_{(X/TREE)FROG}^{SHG}]^{1/2}. \quad (14)$$

Было показано, что подобная замена амплитуды есть ОП на подпространство сигнальных функций, удовлетворяющих условию (*) [29]. Далее производится обратное преобразование Фурье и из $E'_{sig}(\omega, \tau)$ восстанавливаются новые $E(t)$ и $G(t)$, которые подаются снова на вход алгоритму. Иллюстрация итераций алгоритма приведена на рис. 10b. Реализация последнего шага алгоритма по восстановлению исследуемого и стробирующего импульсов зависит от вариации схемы: FROG, XFROG или TREEFROG. В данной работе восстановление экспериментальных импульсов производилось методикой TREEFROG, алгоритм которой во всех деталях описан в экспериментальной части работы. Итерации останавливаются либо после выполнения определенного их количества, либо после достижения ошибки восстановления некоторой заранее заданной маленькой величины. Для спектрограмм размера $N \times N$ ошибка восстановления вычисляется по формуле:

$$G = \sqrt{\frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N |I_{FROG}(\omega_i, \tau_i) - \alpha I_{FROG}^{(k)}(\omega_i, \tau_i)|^2}, \quad (15)$$

где α — действительное число, минимизирующее G , необходимое для сохранения нормировки, $I_{FROG}^{(k)}(\omega_i, \tau_i)$ — восстановленная спектрограмма на k -ом шаге работы алгоритма.

6. Постановка задачи

В данной работе поставлены и решены следующие задачи:

1. Построение аналитической модели взаимодействия фемтосекундных лазерных импульсов с плазмонными анизотропными наноструктурами на основе модели описания резонанса поверхностных плазмон-поляритонов в виде лоренцевской формы линии.
2. Расчет динамики состояния поляризации фемтосекундного импульса, прошедшего через образец хирального плазмонного метаматериала, на основании экспериментальных данных спектроскопии комплексного коэффициента прохождения.
3. Сбор и юстировка установок по измерению корреляционных функций и спектрограмм фемтосекундных импульсов, а также оптимизации компрессора фемтосекундных импульсов для достижения их минимально возможной длительности.
4. Анализ сверхбыстрой динамики состояния поляризации внутри фемтосекундных импульсов, проходящих через хиральный плазмонный метаматериал, с помощью корреляционной методики, а также восстановление полной информации об амплитуде и относительной фазе электромагнитного излучения внутри импульсов с помощью методики TREEFROG.

Моделирование

1. Моделирование и анализ импульсов, взаимодействующих с плазмонной решеткой

Плазмонные нанорешетки обладают оптической анизотропией: *s*-компонента лазерного импульса свободно проходит через такую решетку и остается неизменной, *p*-компонента — наоборот активно взаимодействует с возбуждаемой в структуре плазмонной модой. В качестве модели отклика материала на *p*-компоненту фемтосекундного излучения принято рассматривать резонанс типа Лоренца или резонанс типа Фано [18]. Ниже будет рассмотрено взаимодействие фемтосекундного лазерного импульса с плазмонной решеткой. Несущая частота импульса соответствует длине волны 1400-1600 нм, резонансная длина волны решетки равна 1560 нм. Расчетные параметры системы подбираются в соответствии с параметрами ставившейся и уже решавшейся экспериментальной задачи [18].

В дальнейшем будем придерживаться формализма Джонса [21], рассматривая вектор напряженности электрического поля в виде столбца $(E_x(t), E_y(t))^T$, содержащего *x*- и *y*-компоненты поля. Соответствующее спектральное представление вектора Джонса будем обозначать $(\tilde{E}_x(\omega), \tilde{E}_y(\omega))^T$. Положим для определенности, что *x*- и *y*-компоненты являются *s*- и *p*-компонентами поля, соответственно. Можно записать взаимодействие электромагнитного излучения с произвольным линейным материалом/объектом при прохождении следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_x^{out}(\omega) \\ \tilde{E}_y^{out}(\omega) \end{pmatrix} = \hat{T}(\omega) \cdot \begin{pmatrix} \tilde{E}_x^{in}(\omega) \\ \tilde{E}_y^{in}(\omega) \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где $\hat{T}$ - матрица пропускания данной структуры в спектральном представлении. Во временном представлении прошедший через структуру импульс находится с помощью обратного преобразования Фурье:

$$\begin{pmatrix} E_x^{out}(t) \\ E_y^{out}(t) \end{pmatrix} = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{T}(\omega) \cdot \begin{pmatrix} \tilde{E}_x^{in}(\omega) \\ \tilde{E}_y^{in}(\omega) \end{pmatrix} \exp(i\omega t) d\omega. \quad (17)$$

Матрица $\hat{T}$ полностью определяет линейные свойства структуры и зависит от выбранного базиса. В нашем случае, исследуется анизотропная решетка, а базис фиксирован так, что орты параллельны основным направлениям решетки. Поэтому для исследуемой структуры матрица $\hat{T}$ оказывается диагональной.

1.1. Моделирование отклика структуры резонансом типа Лоренца

В рамках модели Лоренца, исходя из анизотропии решетки, матрицу $\hat{T}$ можно записать следующим образом

$$\hat{T}(\omega) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{H\gamma i}{\omega - \omega_0 + i\gamma} \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где ω_0 — резонансная частота решетки, γ — ширина резонанса, а H характеризует глубину поглощения на резонансной частоте.

Положим, что на структуру падает фемтосекундный лазерный импульс с гауссовой огибающей и поляризованный диагонально, то есть $E_x^{in}(t) = E_y^{in}(t)$, или в спектральном представлении $\tilde{E}_x^{in}(\omega) = \tilde{E}_y^{in}(\omega)$:

$$\begin{pmatrix} E_x^{in}(t) \\ E_y^{in}(t) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right) \exp(-i(\omega t + \Delta\phi)). \quad (19)$$

Тогда, для компонент прошедшего лазерного импульса получаем следующие спектральные представления:

$$\tilde{E}_x^{out}(\omega) = \tilde{E}_x^{in}(\omega), \quad (20a)$$

$$\tilde{E}_y^{out}(\omega) = \left(1 - \frac{H\gamma i}{\omega - \omega_0 + i\gamma}\right) \tilde{E}_y^{in}(\omega), \quad (20b)$$

и временное представление²:

$$E_x^{out}(t) = A \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2} \exp(-i(\omega t + \Delta\phi))\right), \quad (21a)$$

$$E_y^{out}(t) = A\sqrt{2\pi} \exp\left\{-t\left(\frac{t}{\tau^2} + i\omega\right)\right\} - \frac{AH\pi\gamma\tau}{2} \exp\left\{-t(\gamma + i\omega_0) + \frac{\tau^2}{4}(\gamma + i\omega_0 - \omega)^2\right\} \left(1 + \operatorname{erf}\left[-\frac{t}{\tau} + \frac{\tau(\gamma + i(\omega_0 - \omega_1))}{2}\right]\right), \quad (21b)$$

где $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$.

В качестве параметров были выбраны следующие, соответствующие реальным параметрам решеточных образцов, исследовавшихся в работах [5, 6, 18]:

1. $\lambda_0 = 1560$ нм — резонансная длина волны решетки,
2. $\lambda = 1540 - 1580$ нм — центральная длина волны падающих на образец импульсов,
3. $\gamma = \omega_0 \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 0.015$ фс⁻¹ — ширина резонанса, где $\Delta\lambda = 10$ нм,
4. $\tau = 30$ фс — ширина импульса на полувысоте,
5. $H = 0.7$ — коэффициент поглощения излучения в резонансе.

В результате, при задании определенной амплитуды падающего импульса A и диагональной поляризации, были получены следующие профили для компонент прошедшего импульса, представленные на рис. 11. На графике явно прослеживается запаздывание и сильное затягивание р-компоненты прошедшего импульса. Основным параметром контроля затягивания и запаздывания импульса — γ , характеризующий ширину резонансного отклика. Чем меньше γ , тем меньше изменение структуры р-компоненты. Это связано непосредственно с выбранной моделью: чем уже резонанс в спектральной области, тем на меньшее количество спектральных компонент он сможет повлиять в процессе обратного преобразования Фурье. При смещении центральной длины волны из резонанса уже на 50-100 нм эффект пропадает.

²Все вычисления данного раздела проводились аналитически с помощью Wolfram Mathematica 8.0.

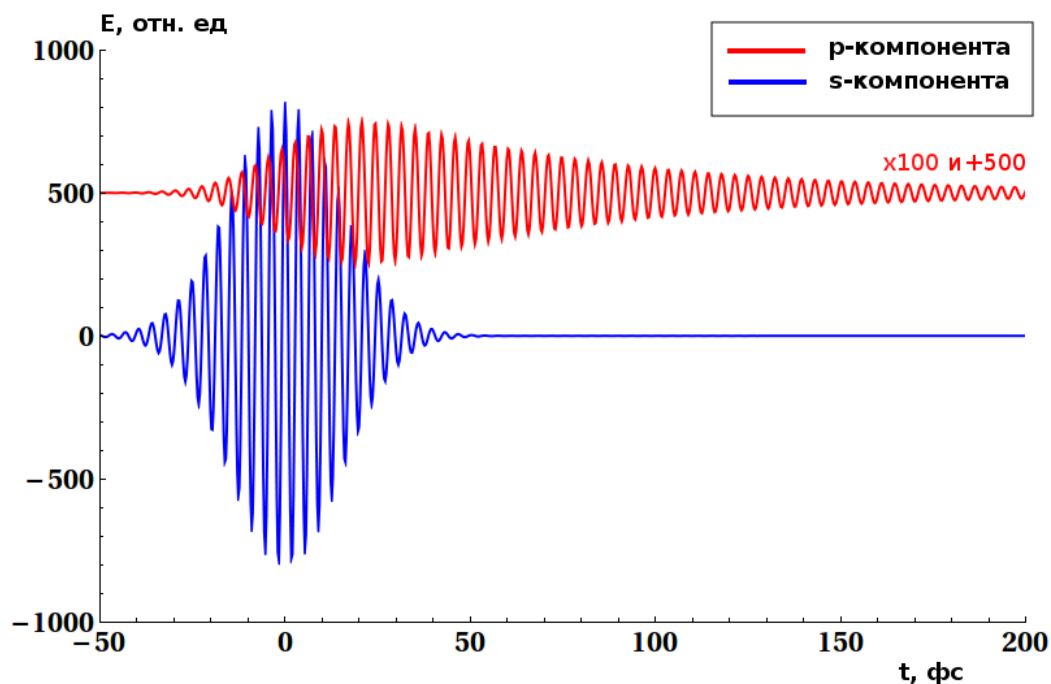


Рис. 11: Временные профили s - и p -компонент прошедшего лазерного импульса через анизотропную нанорешетку. Для наглядности масштаб p -компоненты импульса увеличен в 100 раз, а также она сдвинута на +500 относительных единиц вдоль оси ординат.

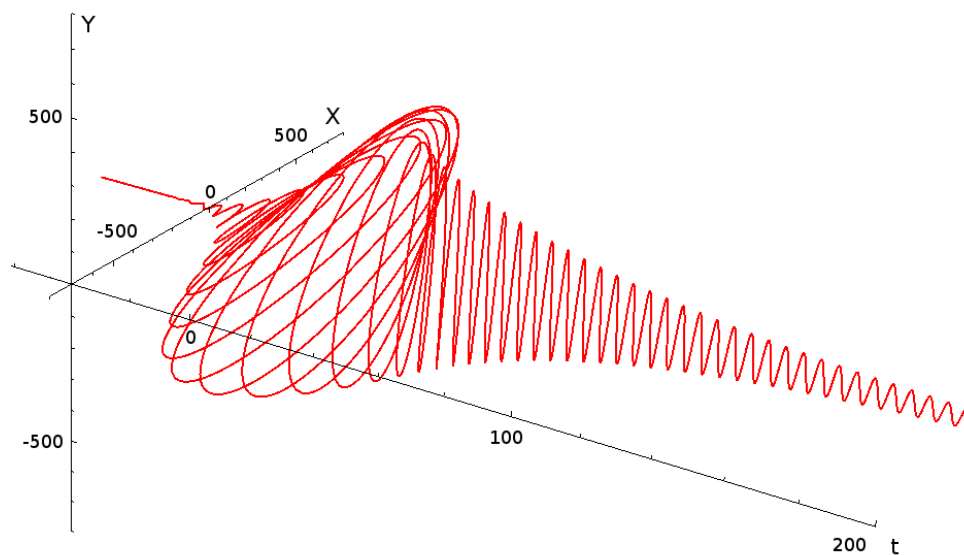


Рис. 12: Траектория конца вектора напряженности прошедшего через плазмонную решетку импульса в плоскости XY в зависимости от времени.

По трехмерной реконструкции, приведенной на рисунке 12, видно, что на протяжении всего импульса не сохраняется одно и то же мгновенное состояние поляризации: вектор напряженности плавно меняет свою траекторию движения с чисто горизонтальной, плоской, через эллиптическую, до чисто вертикальной, снова плоской траектории. Более подробный анализ поляризационной структуры импульса будет приведен ниже, с помощью введения характеристики каждого поляризационного состояния вектором Стокса.

1.2. Анализ поляризационной структуры импульса

Для удобства анализа поляризационной структуры импульса перейдем к пространству Стокса. В данном случае каждому двухкомпонентному вектору Джонса, характеризующему состояние напряженности электрического поля, ставится в соответствие четырехкомпонентный вектор Стокса по формулам перехода:

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x^2 + E_y^2 \\ E_x^2 - E_y^2 \\ 2E_x E_y \cos \delta \\ 2E_x E_y \sin \delta \end{pmatrix}, \quad (22)$$

где δ — разность фаз между компонентами E_x и E_y .

Вектор Стокса можно нормировать на его первую компоненту S_0 , тем самым фиксируя длину вектора $(S_1, S_2, S_3)^T / S_0$, состоящего из трех остальных компонент Стокса. Таким образом, конец вектора $(S_1, S_2, S_3)^T / S_0$ для любого поляризованного излучения будет лежать на единичной сфере, которую называют сферой Пуанкаре. Тем самым, введением стоксовского формализма мы произвели биекцию всех возможных мгновенных состояний поляризации электромагнитного излучения на единичную сферу. Действительно, каждому состоянию поляризации — E_x , E_y , δ — ставится в соответствие обратимыми преобразованиями единственная точка на сфере, и наоборот, каждой точке на сфере соответствует и при том единственное состояние поляризации.

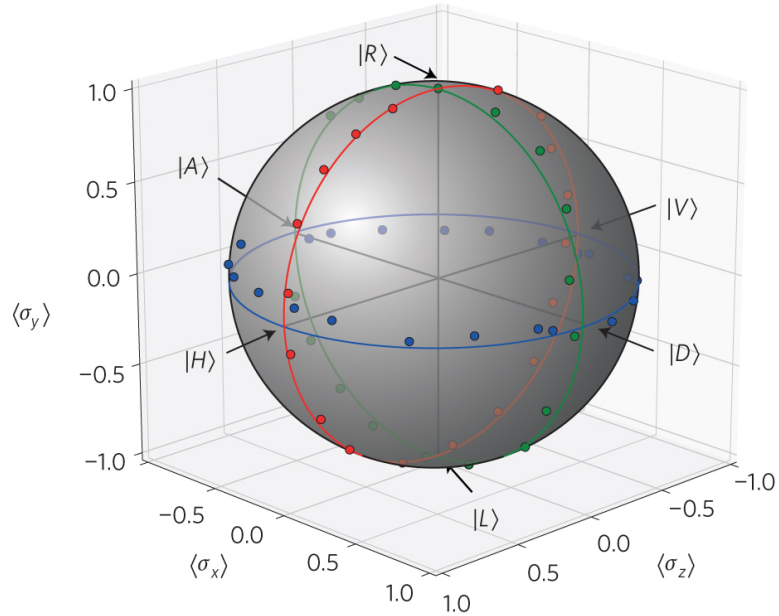


Рис. 13: Иллюстрация сферы Пуанкаре и расположения точек, соответствующих основным поляризациям света: $|H\rangle$ — горизонтальной, $|V\rangle$ — вертикальной, $|D\rangle$ — диагональной, $|A\rangle$ — антидиагональной, $|R\rangle$ — правой круговой, $|L\rangle$ — левой круговой [30].

Введенный формализм удобен наглядностью; он позволяет представлять и анализировать «траекторию» состояния поляризации фемтосекундных лазерных импульсов при прохождении через метаматериал.

Моделирование траекторий движения конца вектора Стокса по поверхности сферы Пуанкаре для поля $(E_x^{out}(t), E_y^{out}(t))^T$ прошедшего импульса подтвердило плавное изменение состояния поляризации внутри импульса с чисто горизонтального до чисто вертикального

через некоторые промежуточные состояния (рис. 14). В резонансном случае траектории состояний поляризации проходят от $|H\rangle$ состояния до $|V\rangle$ состояния через полюса сферы. Средняя скорость движения состояния поляризации по сфере Пуанкаре — измеряемая в обратных единицах времени, равная количеству радиан, замечаемых вектором Стокса, в единицу времени — в рамках модели составила 17 пс^{-1} . Еще стоит отметить тот факт, что при смещении падающего излучения из точки резонанса траектория состояния поляризации внутри импульса меняется, перестает проходить через один из промежуточных полюсов сферы, изгибаясь по спирали. Более того, расчеты показывают, что плавно меняя центральную частоту падающего импульса, можно полностью покрыть все точки сферы Пуанкаре вне зависимости от начальной поляризации падающего импульса.

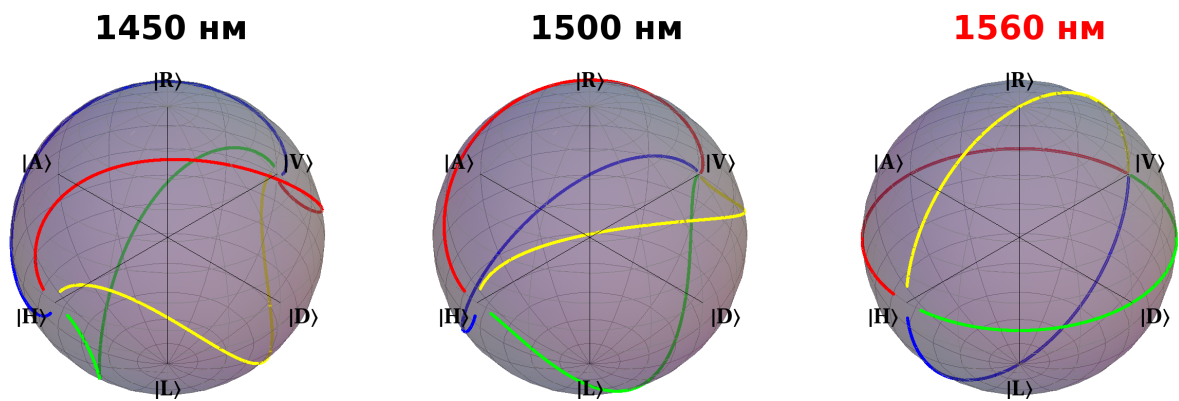


Рис. 14: Траектории состояния поляризации внутри лазерного импульса после прохождения анизотропной решетки. Разными цветами показаны траектории для различных поляризаций падающего на наноструктуру импульса: красным — $|D\rangle$ поляризация, зеленым — $|A\rangle$ поляризация, желтым — $|R\rangle$ поляризация, синим — $|L\rangle$ поляризация. В каждом из случаев начальное состояние — $|H\rangle$, конечное состояние — $|V\rangle$. Красным текстом отмечено точное совпадение падающей длины волны с резонансной для исследуемой модели.

2. Моделирование лазерных импульсов, прошедших через хиральный плазмонный метаматериал

Хиральные плазмонные метаматериалы имеют оптические свойства, существенно отличающиеся от свойств обыкновенных анизотропных нанорешеток. Обладая круговым дихроизмом, они способны избирательно поглощать лишь определенную круговую поляризацию излучения, пропуская другую круговую компоненту нетронутой. Тем самым, потенциально существует возможность наблюдать в корне отличную динамику состояния поляризации внутри фемтосекундных лазерных импульсов, прошедших через подобный материал [20]. Ниже будет приведено численное моделирование и исследование поляризационной структуры импульса, проходящего через трехмерный хиральный плазмонный метаматериал, изготовленный коллегами из Йены и описывающийся в их работе [20].

2.1. Методика восстановления импульсов по спектру матрицы пропускания

Располагая данными о спектре матрицы пропускания образца, предоставленными на коллоквиальных началах коллегами из Йены, появляется возможность построить модель прошедшего импульса на основе этих реальных данных.

Методика восстановления заключается в следующем. Предполагается, что падающий импульс обладает гауссовским спектром; генерируются дискретные значения его спектра, соответствующие частотам, для которых имеются измеренные значения матрицы пропускания образца. После этого строится спектр прошедшего импульса, учитывая линейность взаимодействия:

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_x^{out} \\ \tilde{E}_y^{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{xx} & t_{xy} \\ t_{yx} & t_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{E}_x^{in} \\ \tilde{E}_y^{in} \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Далее, вектор Джонса в спектральной области $(\tilde{E}_x^{out}, \tilde{E}_y^{out})^T$ может быть преобразован во временную с помощью дискретного преобразования Фурье [31]:

$$\begin{pmatrix} E_x^{out} \\ E_y^{out} \end{pmatrix}_k = \sum_{n=0}^{N-1} \begin{pmatrix} \tilde{E}_x^{out} \\ \tilde{E}_y^{out} \end{pmatrix}_n \exp\left(-\frac{2\pi i}{N} kn\right), k = 0, \dots, N-1, \quad (24)$$

где N — количество измеренных точек спектра матрицы пропускания, n — индексирует значения матрицы пропускания и спектров прошедшего импульса, k — индексирует значения прошедшего импульса во временной области.

Авторами работы [20] были измерены спектры матрицы пропускания трехмерного хирального метаматериала в диапазоне 600 нм до 1700 нм с шагом в 2 нм для амплитуд каждой из компонент матрицы и с шагом в $1.4 \cdot 10^{-2}$ нм для фаз компонент. Поэтому данные значения амплитуд компонент матрицы пропускания были интерполированы для унификации шага по длине волны. В результате был получен набор матриц пропускания:

$$\hat{T}_k^{lin} = \begin{pmatrix} |t_{xx}|e^{i\phi_{xx}} & |t_{xy}|e^{i\phi_{xy}} \\ |t_{yx}|e^{i\phi_{yx}} & |t_{yy}|e^{i\phi_{yy}} \end{pmatrix}_k, \quad (25)$$

где $k \in \{1, \dots, 220005\}$ индексировал матрицы для длин волн от 600 нм до 1700 нм с шагом $1.4 \cdot 10^{-2}$ нм. После этого данные были прорежены: шаг был увеличен в 100 раз до 1.4 нм в виду излишней подробности данных, не влияющей на качество результата.

2.2. Результаты восстановления импульсов по спектру матрицы пропускания

Полученная матрица пропускания материала была представлена в базисе двух ортогональных линейных поляризаций — линейном базисе. Для получения зависимости кругового дихроизма и кругового двулучепреломления исследуемого материала от длины волны, необходимо было перейти в соответствующий базис двух круговых поляризаций излучения — левой круговой и правой круговой

$$\hat{T}_{circ} = \hat{A}^{-1} \cdot \hat{T}_{lin} \cdot \hat{A} = \begin{pmatrix} t_{++} & t_{+-} \\ t_{+-} & t_{--} \end{pmatrix}, \quad (26)$$

где $\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}$ — матрица перехода от кругового базиса к линейному [22].

По определению, круговым дихроизмом называется:

$$CD = \frac{\left\| \begin{pmatrix} t_{++} \\ t_{+-} \end{pmatrix} \right\|^2 - \left\| \begin{pmatrix} t_{+-} \\ t_{--} \end{pmatrix} \right\|^2}{\left\| \begin{pmatrix} t_{++} \\ t_{+-} \end{pmatrix} \right\|^2 + \left\| \begin{pmatrix} t_{+-} \\ t_{--} \end{pmatrix} \right\|^2}, \quad (27)$$

то есть в случае поглощения материалом одной из круговых поляризаций в большей степени, чем другой, круговой дихроизм будет существенно отличен от нуля. На рис. 15 представлен график зависимости кругового дихроизма от длины волны излучения для исследуемого образца, построенный по экспериментальным данным.

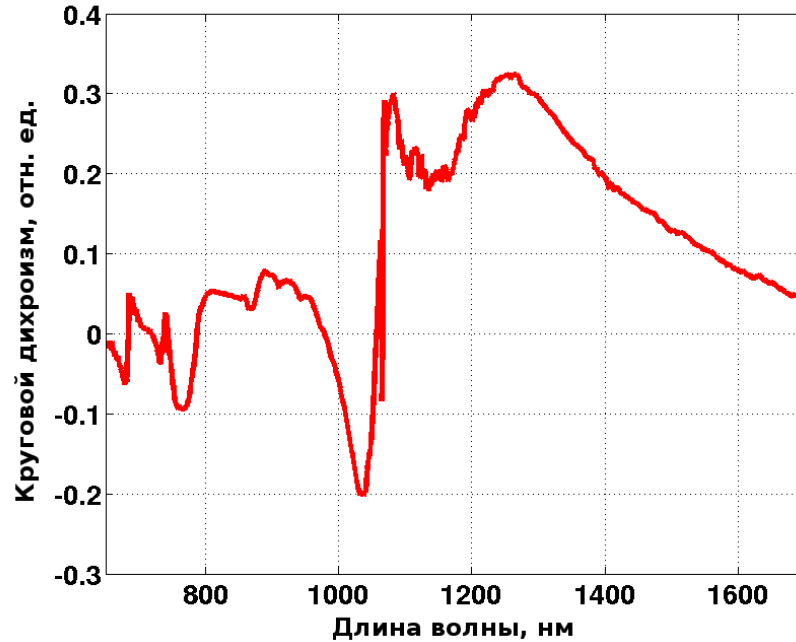


Рис. 15: Зависимость кругового дихроизма от длины волны.

Особо интересным оказывается спектральный диапазон 1050-1100 нм, в котором наблюдается существенная дисперсия эффекта кругового дихроизма³. С учетом всего выше указанного, далее моделирование проводилось для падающих на образец гауссовских импульсов с центральными длинами волн равными 1080 нм, что соответствует оптической активности, и 800 нм, что соответствует импульсам, которые можно генерировать в текущих лабораторных условиях. Спектральная ширина импульсов бралась равной 100 нм в каждом из случаев.

Для гауссовских импульсов с центральной длиной волны в 1080 нм, прошедших через образец, с помощью дискретного преобразования Фурье по указанной выше схеме были восстановлены временные профили⁴, которые приведены на рис. 17. Видно, что как профили, так и относительная фаза импульсов претерпевают существенные изменения; даже при падении на образец лишь *x*- или лишь *y*-поляризованного импульса, прошедшее излучение имеет обе ненулевые компоненты.

³Не смотря на то, что зависимость кругового дихроизма строилась по экспериментальным данным, на основе которых была написана работа [20], график кругового дихроизма получился отличным от оригинального, опубликованного в статье. Дело в том, что определение кругового дихроизма, использовавшееся авторами работы [20], приведенное в литературном обзоре текущей работы, отличается от определения кругового дихроизма, использующегося в текущем разделе. Используемое определение справедливо как для хиральных метаматериалов обладающих анизотропией на ряду с круговым дихроизмом, так и для изотропных хиральных метаматериалов. Формула, приведенная в литературном обзоре справедлива, вообще говоря, лишь для изотропных хиральных метаматериалов. Ввиду того, что исследуемый образец состоит из упорядоченно расположенных метатомов, он тоже обладает анизотропией. Также, это можно проследить из спектра матрицы пропускания $\hat{T}_{lin}$ в линейном базисе.

⁴Моделирование, описанное в текущем разделе, проводилось в среде MATLAB R2012b.

Для более детального анализа динамики поляризации внутри таких импульсов, мы снова воспользовались переходом в пространство столбцов Стокса, отобразив затем «траекторию» состояния поляризации на сферу Пуанкаре (рис. 16a). На сфере наблюдается существенно более богатая динамика состояния поляризации. Среднее значение скорости динамики состояния поляризации составило 110 пс^{-1} , что на порядок выше скорости динамики, порождаемой анизотропной нанорешеткой.

Аналогичные расчеты и построения были проведены для лазерных импульсов с центральной длиной волны 800 нм и спектральной шириной в 50 нм для дальнейшего сравнения с экспериментальными результатами (рис 18). Было обнаружено, что в данном спектральном диапазоне исследуемая структура менее оптически активна и существенно в меньшей степени влияет на поляризационную структуру прошедшего импульса (рис. 16b).

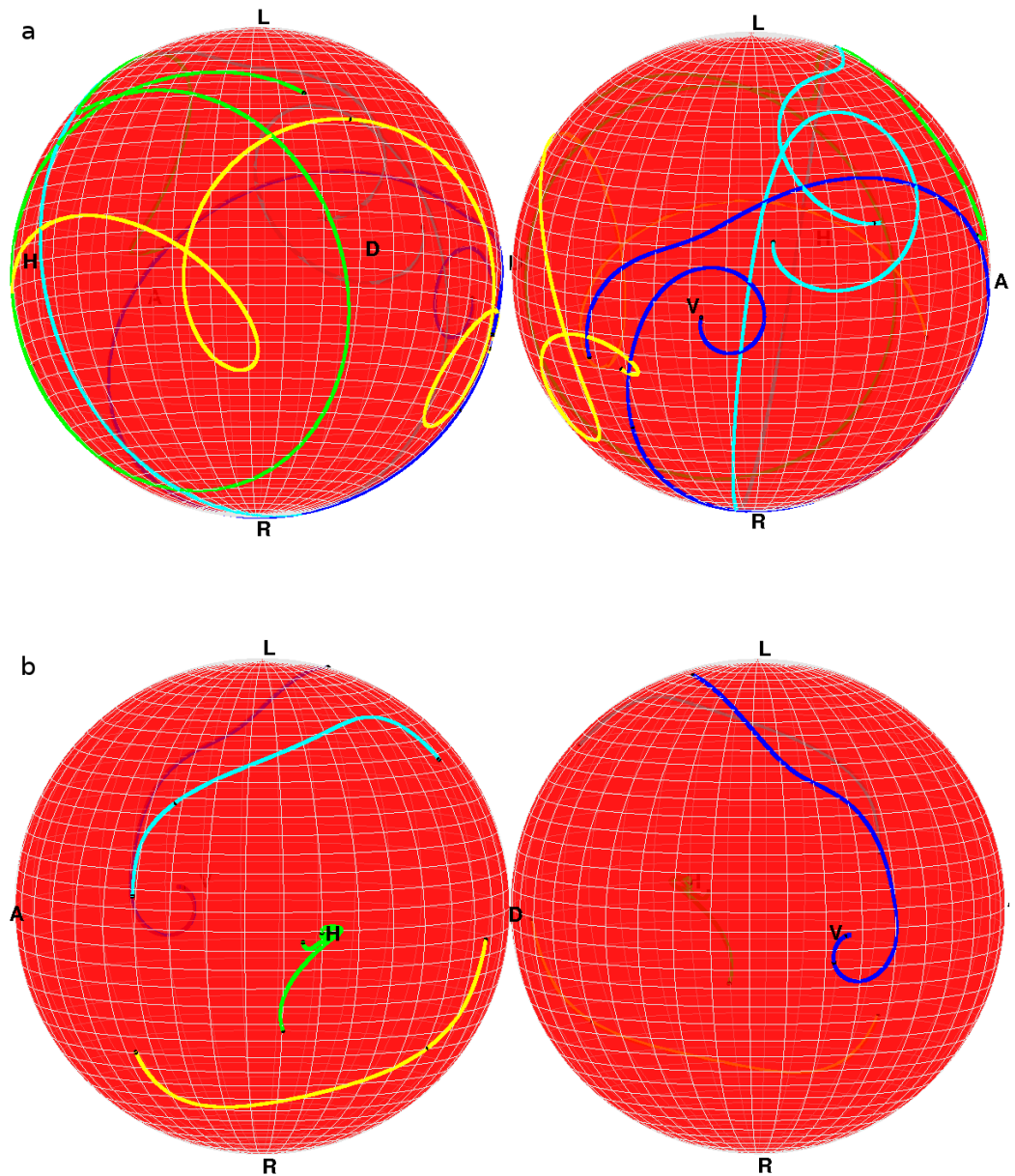


Рис. 16: Траектории состояния поляризации внутри прошедших импульсов с (a) центральной длиной волны 1080 нм, спектральной шириной 100 нм, (b) центральной длиной волны 800 нм, спектральной шириной 100 нм. Разными цветами показаны траектории, отвечающие различным поляризациям падающего на образец излучения: синий — $|V\rangle$ поляризация, зеленый — $|H\rangle$ поляризация, желтый — $|D\rangle$ поляризация, голубой — $|A\rangle$ поляризация.

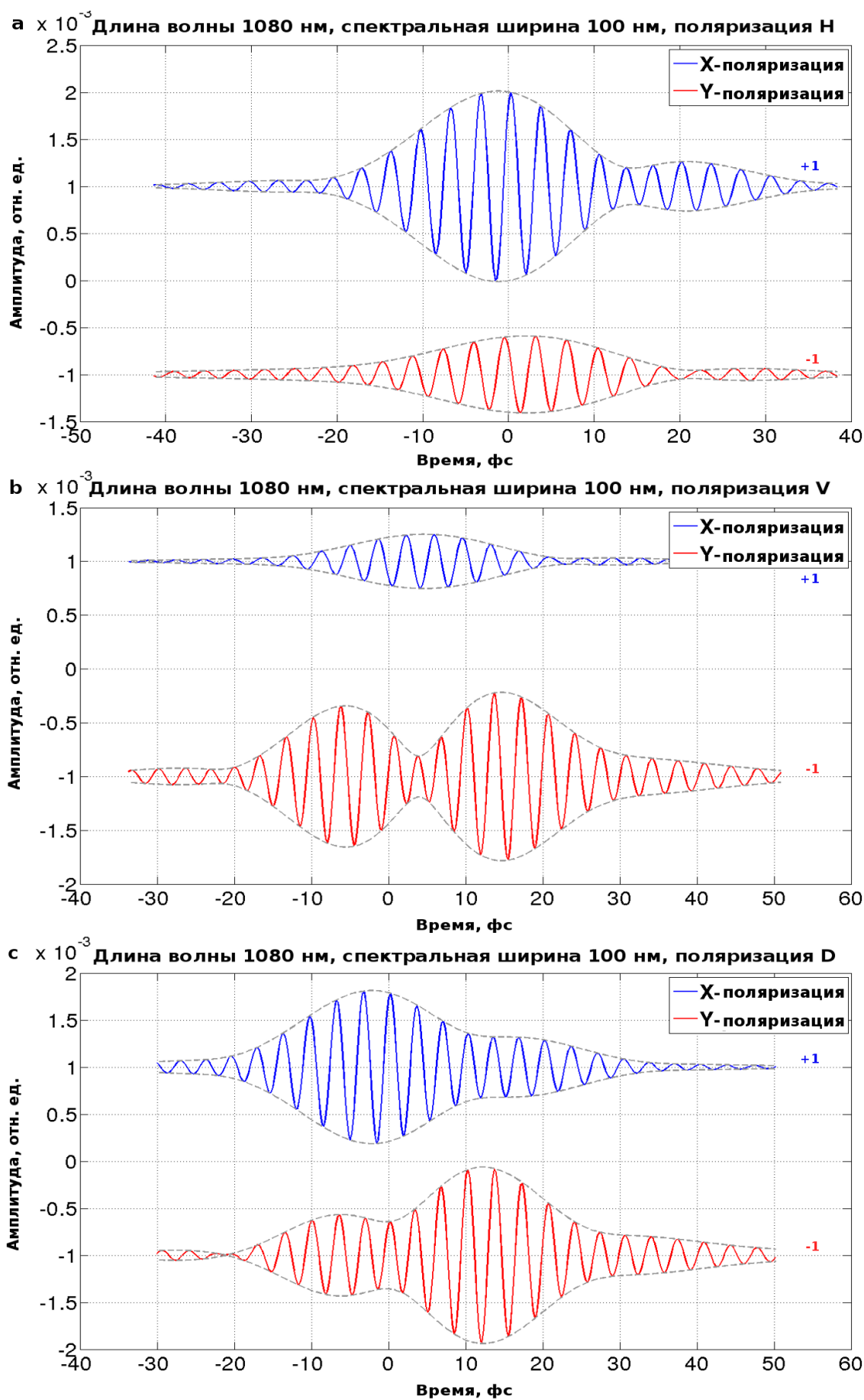


Рис. 17: Динамика x- и y-компонент модельных лазерных импульсов, прошедших через исследуемый трехмерный хиральный образец. Падающие импульсы имеют центральную длину волны 1080 нм, спектральную ширину - 100 нм.

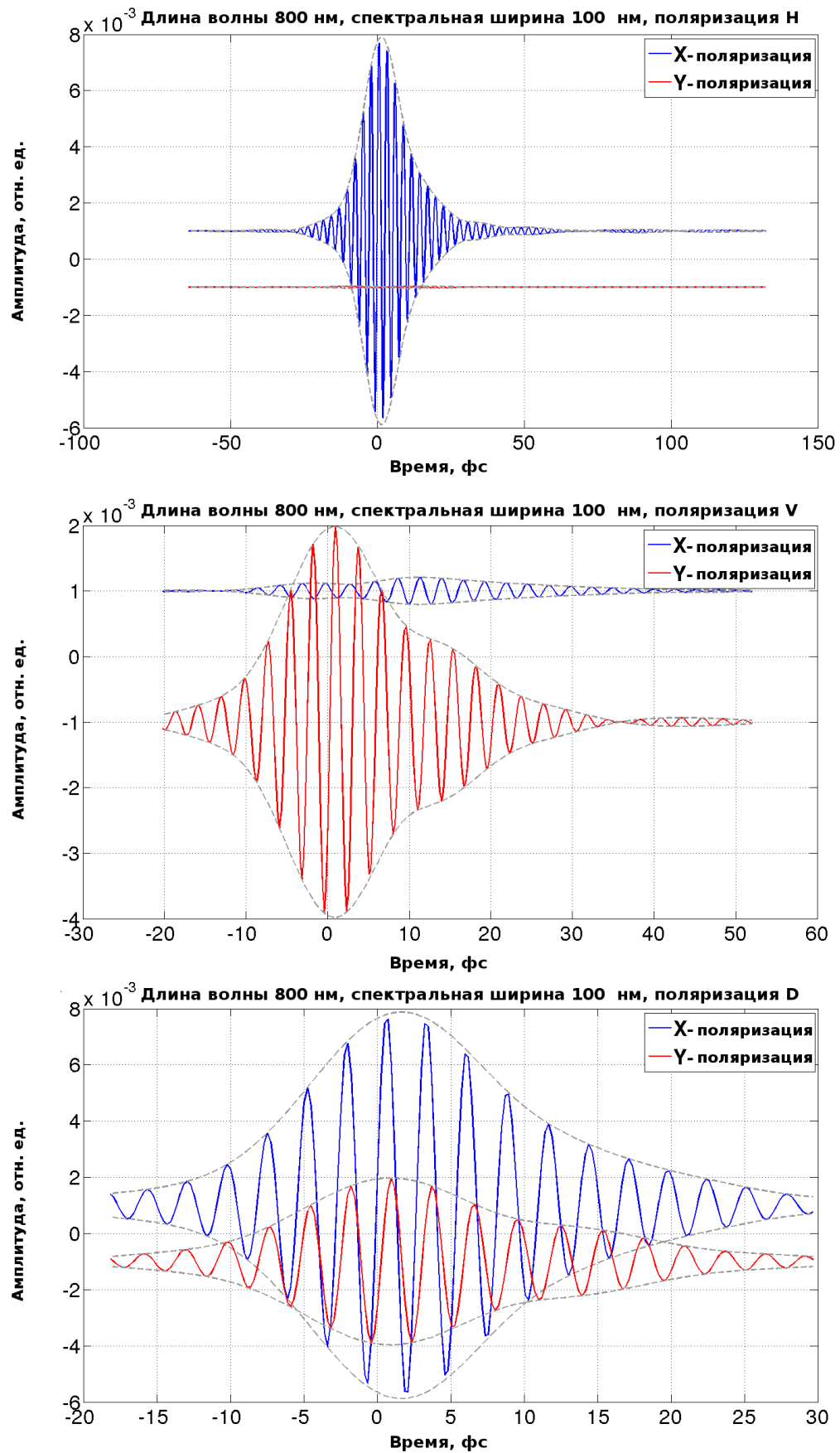


Рис. 18: Динамика x- и y-компонент модельных лазерных импульсов, прошедших через исследуемый трехмерный хиральный образец. Падающие импульсы имеют центральную длину волны 800 нм, спектральную ширину - 100 нм.

Экспериментальная часть

В рамках экспериментальной части дипломной работы было проведено исследование временных характеристик коротких фемтосекундных лазерных импульсов после прохождения через трехмерный хиральный метаматериал, описанный в работе [20]. Был проведен автокорреляционный анализ генерируемых импульсов с целью оптимизации их компрессии, корреляционный анализ прошедших через метаматериал импульсов, а также восстановление амплитуды и относительной фазы импульсов методом TREEFROG.

1. Автокорреляционный анализ лазерных импульсов

В эксперименте использовался фемтосекундный лазер, который позволял генерировать импульсы длительностью 20-50 фемтосекунд с центральной длиной волны около 800 нм. Как было показано в предыдущей главе данной работы, потенциально исследуемая хиральная структура имеет невысокую оптическую активность на длинах волн около 800 нм. Поэтому необходимо было сжать или хотя бы сохранить исходную длительность импульса во временной области, тем самым сделав его максимально широким в спектральной, и попытаться наблюдать хотя бы слабое преобразование импульса хиральным метаматериалом. Для этого использовалась компрессия лазерных импульсов, основанная на компенсации дисперсии с помощью зеркал, обладающих отрицательной дисперсией, а также призмная компрессия. Зеркала с отрицательной дисперсией заранее вносили в исследуемый импульс отрицательный чирп, чтобы при прохождении импульсом через среду с положительной дисперсией внесенный чирп компенсировался и импульс оставался нечирпированным. Для контроля длительности генерируемых импульсов, а также качества компенсации дисперсии, использовалась автокорреляционная методика.

Пусть $E(t)$ — напряженность электрического поля исходного лазерного импульса, $E(t - \tau)$ — напряженность электрического поля с задержкой по времени относительно напряженности исходного импульса. В таком случае, автокорреляционная функция (АКФ) импульса:

$$AC(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 |E(t - \tau)|^2 dt. \quad (28)$$

При падении оптического излучения на кристалл с квадратичной нелинейностью происходит генерация второй гармоники, которая совпадает по направлению с падающим излучением. Также, при попадании двух импульсов на кристалл происходит генерация излучения суммарной частоты по биссектрисе между исходным импульсом и импульсом с задержкой. Регистрируя с помощью детектора интенсивность второй гармоники, распространяющуюся по биссектрисе, мы получаем значение АКФ импульса:

$$I(\tau) \sim \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)E(t - \tau)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 |E(t - \tau)|^2 dt = AC(\tau). \quad (29)$$

Положим, что импульс имеет гауссовскую огибающую $\exp\left(-\frac{t^2}{2T^2}\right)$. Тогда АКФ импульса может быть выражена аналитически

$$AC_{gauss}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2 + (t - \tau)^2}{T^2}\right) dt \sim \exp\left(-\frac{\tau^2}{2T^2}\right). \quad (30)$$

Тем самым, определяя ширину автокорреляционной функции и считая, что огибающая импульса имеет близкую к гауссовой форму, мы определяем длительность импульса. Таким образом, с помощью автокорреляционной методики можно измерять длительность импульса. Более того, автокорреляционная функция по определению является симметричной, а значит любая асимметрия говорит о том, что на нелинейный кристалл падают различные импульсы. В таком случае, измеряется уже кросскорреляционная функция этих импульсов. Значит, контролируя симметричность автокорреляционной функции, мы контролируем одинаковость (нашем случае — одинаковую чирпированность) импульсов в обоих каналах.

Экспериментальная схема установки представлена на рис. 19. Выходящий из лазера фемтосекундный импульс проходит через компрессор (К), затем делится на два канала на светоделительной пластинке (НСД). В первом канале импульс проходит через оптический прерыватель (ОП) для возможности синхронного детектирования. Во втором канале импульс проходит линию задержки (ЛЗ) и стеклянную пластинку (СП). После этого, импульсы каждого из каналов фокусируются линзой (Л) на одноосном нелинейном кристалле ВВО, настроенном на синхронизм генерации суммарной частоты. В случае выполнения условий фазового синхронизма, по биссектрисе между лучами накачки после нелинейного кристалла тоже генерируется суммарная частота. Интенсивность этого излучения регистрируется с помощью кремниевого фотодиода (ФД), сигнал с которого поступает на схему синхронного детектирования. Стеклянная пластинка вносит во второй канал дополнительную положительную дисперсию, равную дисперсии, вносимой светоделителем в первый канал.

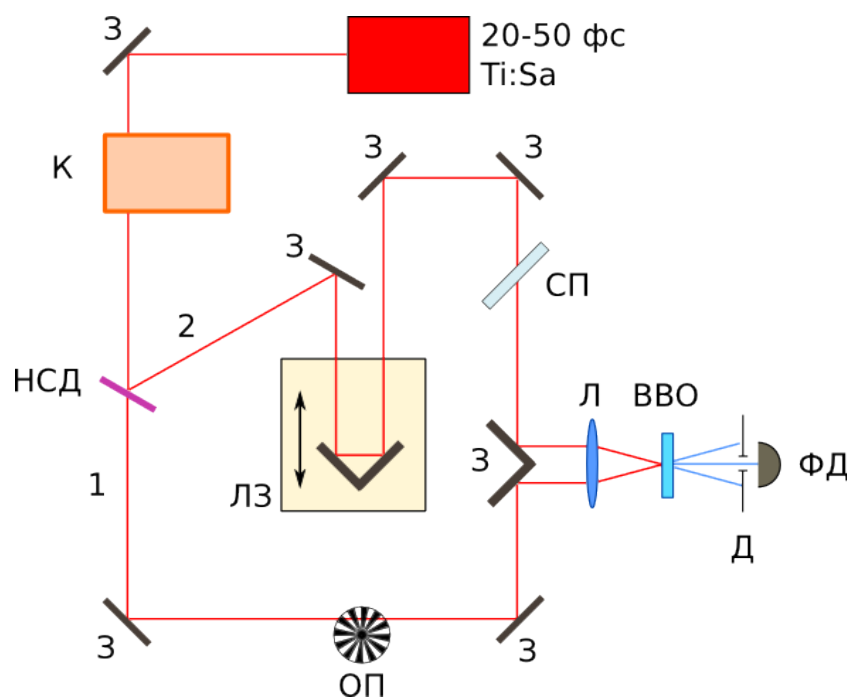


Рис. 19: Схема экспериментальной установки для проведения автокорреляционного анализа лазерных импульсов. К — компрессор лазерных импульсов, НСД — неполяризационный светоделитель (700-1000 нм), З — зеркало, ЛЗ — линия задержки, Л — линза, СП — стеклянная пластинка, ОП — оптический прерыватель, ВВО — нелинейный кристалл, Д — диафрагма, ФД — кремниевый фотодиод.

1.1. Методика подбора оптимальной спектральной ширины и параметров компрессии фемтосекундных импульсов

Контролируя ширину и симметричность корреляционной функции, была подобрана оптимальная спектральная ширина фемтосекундного импульса, генерируемого лазером. В силу того, что спектр генерируемого импульса имел не точно гауссовскую огибающую, была измерена зависимость ширины АКФ от ширины гауссовской кривой, аппроксимирующей спектр импульса. Зависимость представлена на рис. 20. Таким образом, спектр лазера, не смотря на его негауссовость при больших ширинах, выбирался как можно более широким, при котором еще была возможна синхронизация мод лазера и генерация импульсного излучения.

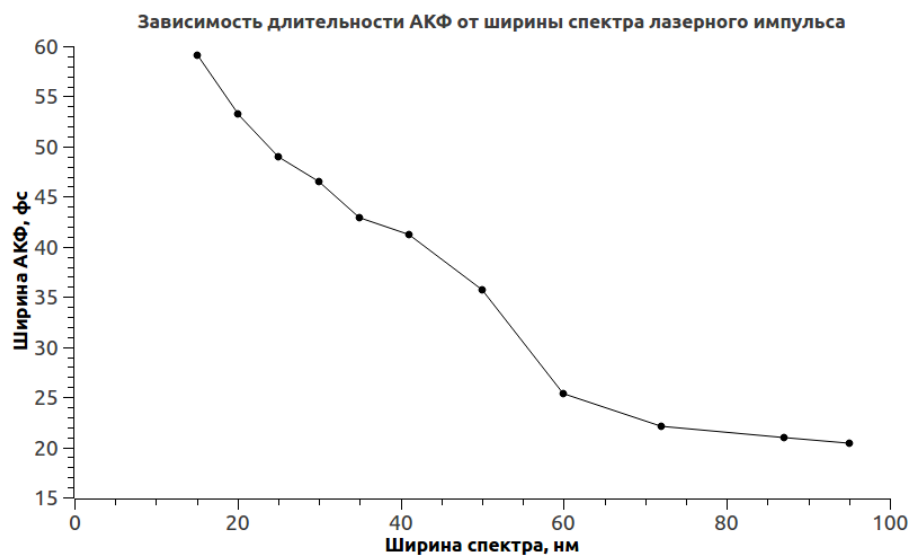


Рис. 20: Зависимость ширины АКФ от ширины спектра генерируемого лазерного импульса.

Также были подобраны оптимальные параметры компрессора лазерных импульсов: количество переотражений в системе двух параллельных зеркал с отрицательной дисперсией и положение двух клиньев, раскладывающих излучение в спектр и тоже вносящих отрицательную дисперсию. Схема компрессора представлена на рис. 21.

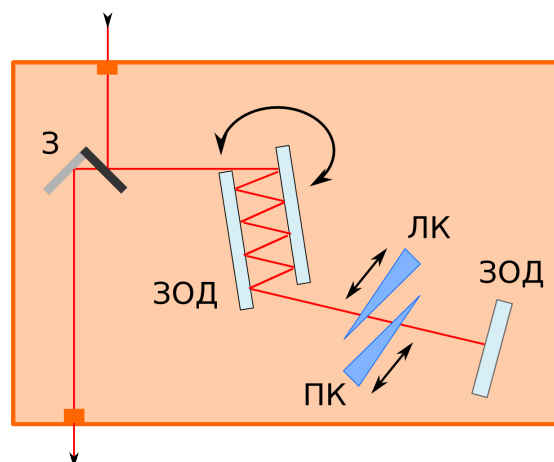


Рис. 21: Устройство компрессора лазерных импульсов. З — два зеркала, расположенных на различных расстояниях вдоль перпендикулярной чертежу оси, ЗОД — зеркала с отрицательной дисперсией, ЛК и ПК — левый и правый подвижные клинья.

Оптимальное количество переотражений в системе двух параллельных зеркал с отрицательной дисперсией оказалось равным пяти; любое другое количество переотражений приводило к существенному уширению АКФ в связи с тем, что вносился слишком большой или слишком маленький отрицательный чирп, по сравнению с вносимым положительным в каждом из каналов. Оптимальное положение клиньев подбиралось следующим образом. Каждый клин мог занимать два крайних положения — верхнее и нижнее, а также одно промежуточное положение — центральное. Ниже приведена таблица, в которой указаны измеренные значения ширины АКФ в зависимости от положения клиньев.

ЛК \ ПК	Нижнее	Центральное	Верхнее
Нижнее	30.2 ± 0.3	29.9 ± 0.3	37.9 ± 0.5
Центральное	20.3 ± 0.2	22.8 ± 0.3	33.5 ± 0.4
Верхнее	19.5 ± 0.2	20.3 ± 0.3	27.4 ± 1.1

Таблица 1: Зависимость ширины автокорреляционной функции от положения левого и правого клиньев в компрессоре в фемтосекундах.

Таким образом, было выбрано положение клиньев компрессора «верхнее-нижнее», которое обеспечивало работу с импульсами длительностью около 20 фс⁵.

2. Исследование лазерного импульса, прошедшего через плазмонный метаматериал

2.1. Корреляционный анализ лазерного импульса

Для корреляционного анализа лазерного импульса использовалась схема, представленная на рис. 22. Отличие заключается в наличии образца исследуемого метаматериала и анализирующего поляризатора во втором канале. Идея эксперимента заключается в измерении и сравнении корреляционных функций с образцом и без образца для случая скрещенных оси анализирующего поляризатора и плоскости поляризации генерируемого лазером излучения. В случае отсутствия образца, автокорреляционный сигнал должен отсутствовать (быть на уровне шума) в силу непрохождения света через скрещенные поляризаторы. В случае наличия образца с некоторой оптической активностью, лазерный импульс не сохраняет линейную поляризацию (см. предыдущую главу данной работы) и корреляционный сигнал должен быть ненулевым.

На рис. 23 приведены графики корреляционных функций, измеренных для параллельных и скрещенных поляризаций излучения для стеклянной подложки и для образца. Видно, что корреляционная функция для образца в скрещенных поляризаторах существенно превосходит по амплитуде функцию для подложки в скрещенных поляризаторах, не смотря на то, что для параллельных поляризаторов корреляционная функция подложки превосходит функцию для образца. В случае измерения корреляционной функции для образца при скрещенных поляризаторах, положение образца выбирались таким, что оно минимизировало максимальную амплитуду детектируемого сигнала. Такие положения образца совпали с его X и Y осями. Таким образом, существенное отличие сигнала при прохождении импульсов через образец в случае скрещенных поляризаторов было вызвано не

⁵В силу тонкости эксперимента и сильной чувствительности длительности импульса, падающего на образец, как к длительности исходно генерируемого импульса, так и к оптическому пути в диспергирующей среде, рабочая длительность изменялась в пределах от 17 фс до 26 фс.

анизотропией образца. Тем самым, можно сделать вывод о наличии оптической активности у образца на исследуемых длинах волн вблизи 800 нм.

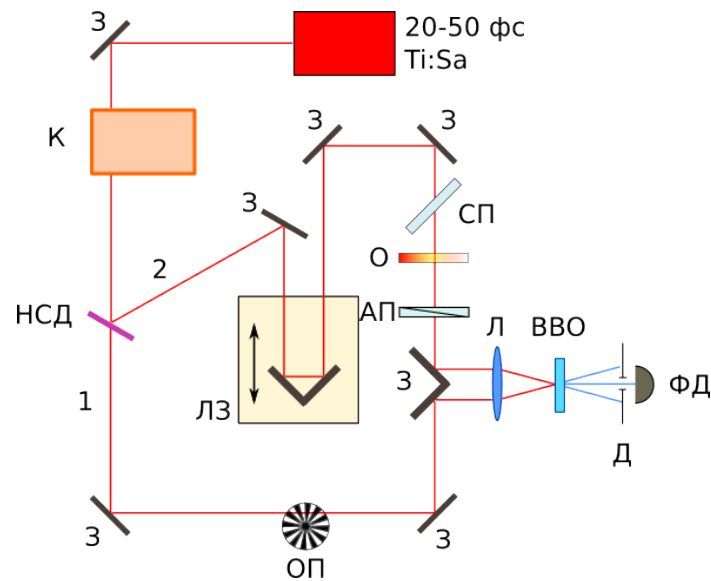


Рис. 22: Схема экспериментальной установки для проведения корреляционного анализа лазерных импульсов. К — компрессор лазерных импульсов, НСД — непольризационный светоделитель (700-1000 нм), З — зеркало, ЛЗ — линия задержки, О — образец, АП — анализирующий поляризатор, Л — линза, СП — стеклянная пластинка, ОП — оптический прерыватель, ВВО — нелинейный кристалл, Д — диафрагма, ФД — фотодетектор.

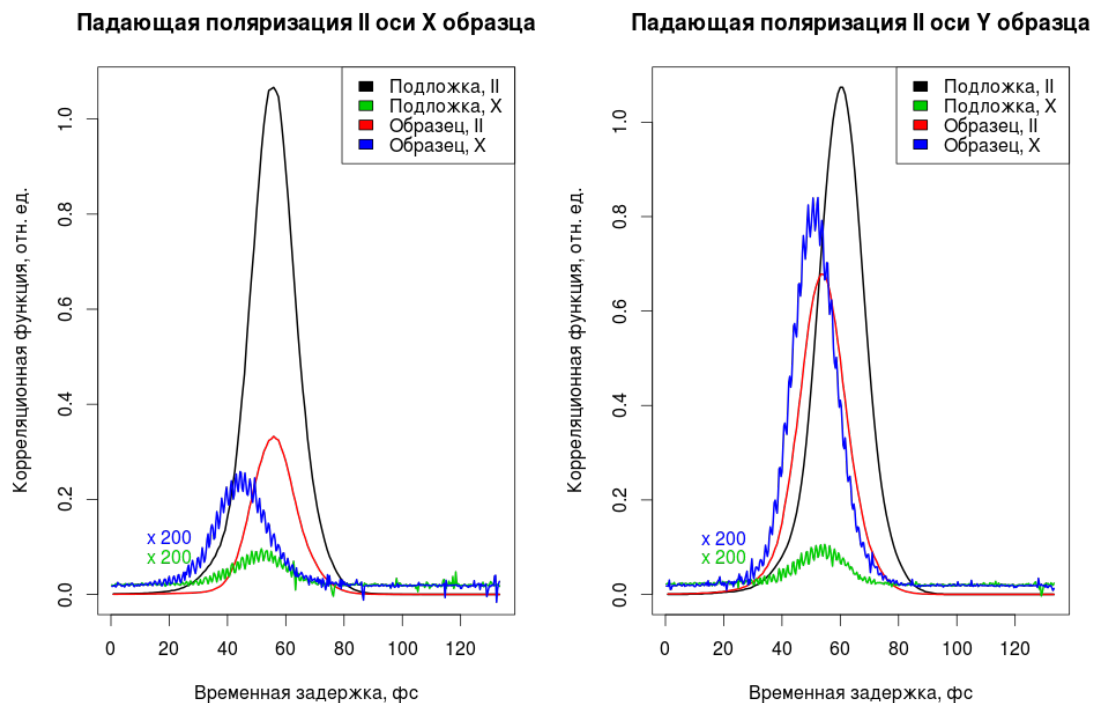


Рис. 23: Корреляционные функции, измеренные для образца и подложки для скрещенных и параллельных поляризаторов до и после образца/подложки для двух различных пространственных ориентаций образца. Для наглядности значения функций для скрещенных поляризаторов умножены на 200.

2.2. Результаты использования метода TREEFROG для одновременного восстановления полной информации о двух импульсах

Экспериментальная схема для проведения измерений спектрограмм фемтосекундных лазерных импульсов, прошедших через хиральный плазмонный метаматериал, стробируемых другим фемтосекундным импульсом, отличается от корреляционной схемы (рис. 22) лишь заменой кремниевого фотодиода на спектрометр и отсутствием оптического прерывателя. Ввиду данной геометрии экспериментальной схемы был выбран метод TREEFROG, который является одной из разновидностей методики FROG, позволяющей восстанавливать информацию об исследуемом импульсе, не владея информацией о стробирующем импульсе⁶. Ниже остановимся более подробно на последнем шаге алгоритма, описанного в литературном обзоре, — восстановлении импульсов $E(t)$ и $G(t)$ из сигнальной функции $E'_{sig}(t, \tau)$.

Для того, чтобы восстановленные $E(t)$ и $G(t)$ являлись обобщенной проекцией $E'_{sig}(t, \tau)$ на подпространство сигнальных функций, удовлетворяющих условию (**), — то есть таких, что $E'_{sig}(t, \tau) = E(t)G(t - \tau)$, — необходимо искать решение, минимизирующее следующий функционал [25]:

$$Z = \sum_{i,j=1}^N \left| E_{sig}^{(k)}(t_i, \tau_i) - E^{(k+1)}(t_i)G^{(k+1)}(t_i - \tau_i) \right|^2, \quad (31)$$

где k — индексирует итерации алгоритма, $N \times N$ — размер матрицы $E_{sig}(t_i, \tau_i)$. Для минимизации функционала такого вида, существует эффективная методика, основанная на сингулярном разложении матрицы [33], соответствующей $E_{sig}(t, \tau)$ [34]. Таким образом, сначала находится сингулярное разложение данной матрицы:

$$E_{sig}(t, \tau) = U \cdot D \cdot V^T, \quad (32)$$

где U и V — унитарные матрицы, а D — диагональная. Данная запись эквивалентна следующему представлению:

$$E_{sig}(t, \tau) = \sum_{i=1}^N D_{ii} U_i V_i^T, \quad (33)$$

то есть сумме произведений столбца U_i на строку V_i^T , взвешенной диагональными элементами матрицы D . Так как мы ищем решение, удовлетворяющее условию (**), то, выбрав столбец из матрицы U и строку из матрицы V , соответствующие максимальному диагональному элементу матрицы D , мы минимизируем функционал Z по свойству сингулярного разложения матрицы [33].

Таким образом, повторяя итерации данного алгоритма, мы сможем все ближе подходить к истинным импульсам $E(t)$ и $G(t)$. На рис. 24 представлены измеренная спектрограмма и спектрограмма восстановленных импульсов с погрешностью 0.002 относительные единицы. Восстановленные амплитуда и относительная фаза импульса представлены на рис. 25. Не смотря на наличие шума, видно, что импульс претерпевает небольшие изменения при прохождении через исследуемый метаматериал, даже с учетом невысокой оптической активности последнего в диапазоне длин волн 700–900 нм. Наличие линейного чирпа связано с его недостаточной компенсацией в экспериментальной схеме.

⁶Алгоритм метода TREEFROG был реализован на языке MATLAB R2012b. За основу был взят код метода FROG, написанный Steven Byrnes, распространяющийся под лицензией BSD License [32].

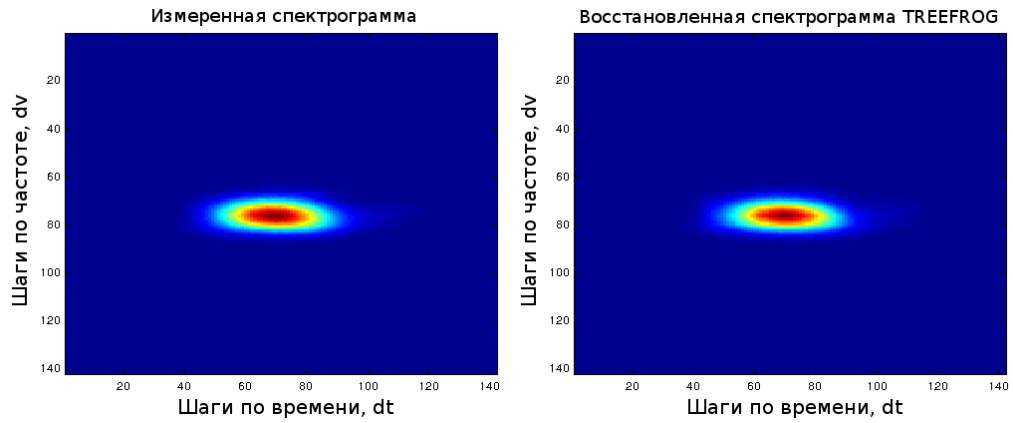


Рис. 24: Измеренная и восстановленная спектрограммы TREEFROG. Спектрограммы имели размеры 150x150 пикселей с шагом по времени $dt = 0.256$ фс и шагом по частоте $dv = 0.026$ фс⁻¹. Погрешность G восстановления составляет 0.002 относительные единицы.

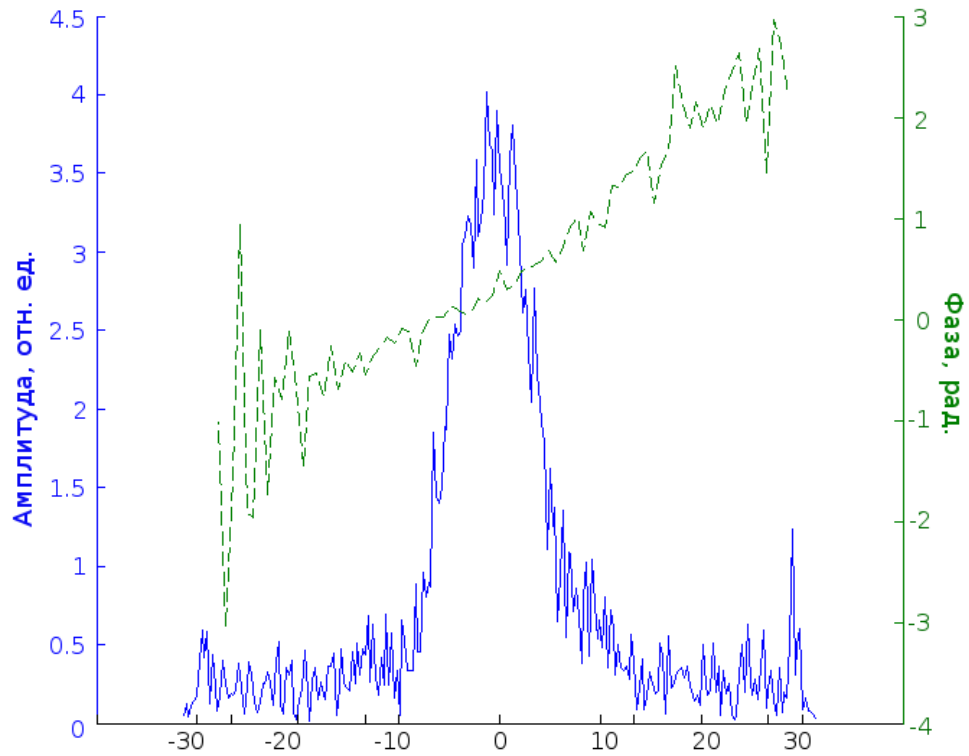


Рис. 25: Восстановленные амплитуда и относительная фаза внутри фемтосекундного лазерного импульса с несущей частотой около 800 нм, прошедшего через хиральный плазмонный метаматериал.

Заклучение

Основные результаты дипломной работы могут быть сформулированы следующим образом:

1. Была построена аналитическая модель взаимодействия фемтосекундных лазерных импульсов с плазмонными анизотропными наноструктурами на основе модели описания резонанса поверхностных плазмон-поляритонов в виде лоренцевской формы линии, а также произведено моделирование взаимодействия гауссовского импульса диагональной поляризации с плазмонной нанорешеткой, которое показало возникновение динамики состояния поляризации внутри прошедшего импульса. Были визуализированы x - и y -компоненты лазерного импульса, а также «траектория» движения состояния поляризации по поверхности сферы Пуанкаре со средней скоростью 17 пс^{-1} , при этом состояние поляризации изменялось от чисто горизонтального до чисто вертикального внутри фемтосекундного импульса.
2. Был произведен расчет динамики состояния поляризации фемтосекундного импульса, прошедшего через образец хирального плазмонного метаматериала, на основании экспериментальных данных спектроскопии комплексного коэффициента прохождения. Были визуализированы x - и y -компоненты прошедшего лазерного импульса для различных поляризаций падающего импульса. Также, были визуализированы траектории движения состояния поляризации по поверхности сферы Пуанкаре. Динамика состояния поляризации внутри импульса, прошедшего через хиральный метаматериал, оказалась существенно богаче динамики внутри импульсов, прошедших через анизотропную нанорешетку. Средняя скорость движения конца вектора Стокса по поверхности сферы Пуанкаре составила 110 пс^{-1} .
3. Был произведен сбор и юстировка установок по измерению корреляционных функций и спектрограмм фемтосекундных импульсов, а также оптимизации компрессора фемтосекундных импульсов для достижения их минимально возможной длительности. В результате длительность лазерных импульсов в эксперименте была доведена до 17-26 фс, а импульсы оказались практически нечирпированными.
4. Был проведен анализ сверхбыстрой динамики состояния поляризации внутри фемтосекундных лазерных импульсов, проходящих через хиральный плазмонный метаматериал, с помощью корреляционной методики. Также была восстановлена полная информация об амплитуде и относительной фазе электромагнитного излучения внутри импульсов с помощью методики TREEFROG. Погрешность восстановления составила 0.002 относительные единицы. Удалось наблюдать чирпированность исследуемого лазерного импульса. Также, как показало моделирование, исследуемый хиральный метаматериал должен обладать некоторой оптической активностью на рабочих длинах волн лабораторного лазера — 700-900 нм. Это было подтверждено как результатами корреляционного анализа — в скрещенных поляризаторах корреляционная функция для образца существенно превосходит по амплитуде функцию для подложки — так и восстановленной амплитудой и относительной фазой прошедшего импульса.

Список литературы

- [1] Ahmed H Zewail, others, “Femtochemistry. past, present, and future”, *Pure and applied chemistry* **72**, 2227–2228 (2000).
- [2] Andreas Assion, T Baumert, M Bergt, T Brixner, B Kiefer, V Seyfried, M Strehle, G Gerber, “Control of chemical reactions by feedback-optimized phase-shaped femtosecond laser pulses”, *Science* **282**, 919–922 (1998).
- [3] Doron Meshulach, Yaron Silberberg, “Coherent quantum control of two-photon transitions by a femtosecond laser pulse”, *Nature* **396**, 239–242 (1998).
- [4] Nader Engheta, Richard W Ziolkowski, *Metamaterials: physics and engineering explorations*. – Wiley-IEEE Press, (2006).
- [5] MR Shcherbakov, PP Vabishchevich, VV Komarova, TV Dolgova, VI Panov, VV Moshchalkov, AA Fedyanin, “Ultrafast polarization shaping with fano plasmonic crystals”, *Physical Review Letters* **108**, 253903 (2012).
- [6] MR Shcherbakov, MI Dobynde, TV Dolgova, D-P Tsai, AA Fedyanin, “Full poincaré sphere coverage with plasmonic nanoslit metamaterials at fano resonance”, *Physical Review B* **82**, 193402 (2010).
- [7] Warren S Warren, Herschel Rabitz, Mohammed Dahleh, “Coherent control of quantum dynamics: the dream is alive”, *Science* **259**, 1581–1589 (1993).
- [8] Constantin Brif, Raj Chakrabarti, Herschel Rabitz, “Control of quantum phenomena: past, present and future”, *New Journal of Physics* **12**, 075008 (2010).
- [9] Nicolaas Bloembergen, Eli Yablonovitch, “Infrared-laser-induced unimolecular reactions”, *Phys. Today* **31**, 23–31 (1978).
- [10] David J Tannor, Stuart A Rice, “Control of selectivity of chemical reaction via control of wave packet evolution”, *The Journal of chemical physics* **83**, 5013 (1985).
- [11] Anthony P Peirce, Mohammed A Dahleh, Herschel Rabitz, “Optimal control of quantum-mechanical systems: Existence, numerical approximation, and applications”, *Physical Review A* **37**, 4950 (1988).
- [12] CK Chan, P Brumer, M Shapiro, “Coherent radiative control of ibr photodissociation via simultaneous (ω_1 , ω_3) excitation”, *The Journal of chemical physics* **94**, 2688–2696 (1991).
- [13] T Brixner, G Krampert, T Pfeifer, R Selle, G Gerber, M Wollenhaupt, O Graefe, C Horn, D Liese, T Baumert, “Quantum control by ultrafast polarization shaping”, *Physical review letters* **92**, 208301 (2004).
- [14] Itan Barmes, Stefan Witte, Kjeld SE Eikema, “Spatial and spectral coherent control with frequency combs”, *Nature Photonics* **7**, 38–42 (2012).
- [15] AM Weiner, JP Heritage, “Picosecond and femtosecond fourier pulse shape synthesis”, *Revue De Physique Appliquee* **22**, 1619–1628 (1987).

- [16] М.Н. Либенсон, “Поверхностные электромагнитные волны оптического диапазона”, Соросовский образовательный журнал **10**, 93 (1996).
- [17] Anatoly V Zayats, Igor I Smolyaninov, Alexei A Maradudin, “Nano-optics of surface plasmon polaritons”, Physics reports **408**, 131–314 (2005).
- [18] П П Вабищевич, В О Бессонов, Ф Ю Сычев, М Р Щербаков, Т В Долгова, А А Федянин, “Фемтосекундная динамика релаксации поверхностных плазмон-поляритонов в окрестности резонанса типа Фано”, Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики **92**, 639–643 (2010).
- [19] Costas M Soukoulis, Martin Wegener, “Past achievements and future challenges in the development of three-dimensional photonic metamaterials”, Nature Photonics **5**, 523–530 (2011).
- [20] Christian Helgert, Ekaterina Pshenay-Severin, Matthias Falkner, Christoph Menzel, Carsten Rockstuhl, Ernst-Bernhard Kley, Andreas Tunnermann, Falk Lederer, Thomas Pertsch, “Chiral metamaterial composed of three-dimensional plasmonic nanostructures”, Nano letters **11**, 4400–4404 (2011).
- [21] А Джеррард, Дж М Берч, А И Божков, Д В Власов, В В Коробкин, *Введение в матричную оптику*. – Мир, (1978).
- [22] Christoph Menzel, Carsten Rockstuhl, Falk Lederer, “Advanced jones calculus for the classification of periodic metamaterials”, Physical Review A **82**, 053811 (2010).
- [23] Kenneth W DeLong, Rick Trebino, William E White, “Simultaneous recovery of two ultrashort laser pulses from a single spectrogram”, The Journal of the Optical Society of America B **12**, 2463–2466 (1995).
- [24] J-C Diels, JJ Fontaine, W Rudolph, “Ultrafast diagnostics”, Revue de Physique Appliquée **22**, 1605–1611 (1987).
- [25] Rick Trebino, Kenneth W DeLong, David N Fittinghoff, John N Sweetser, Marco A Krumbugel, Bruce A Richman, Daniel J Kane, “Measuring ultrashort laser pulses in the time-frequency domain using frequency-resolved optical gating”, Review of Scientific Instruments **68**, 3277–3295 (1997).
- [26] Richard A Altes, “Detection, estimation, and classification with spectrograms”, The Journal of the Acoustical Society of America **67**, 1232 (1980).
- [27] Atsushi Yabushita, Takao Fuji, Takayoshi Kobayashi, “Shg frog and xfrog methods for phase/intensity characterization of pulses propagated through an absorptive optical medium”, Optics communications **198**, 227–232 (2001).
- [28] KW DeLong, Rick Trebino, J Hunter, WE White, “Frequency-resolved optical gating with the use of second-harmonic generation”, The Journal of the Optical Society of America B **11**, 2206–2215 (1994).
- [29] Kenneth W DeLong, David N Fittinghoff, Rick Trebino, Bern Kohler, Kent Wilson, “Pulse retrieval in frequency-resolved optical gating based on the method of generalized projections”, Optics letters **19**, 2152–2154 (1994).

-
- [30] Jeff Z Salvail, Megan Agnew, Allan S Johnson, Eliot Bolduc, Jonathan Leach, Robert W Boyd, “Full characterization of polarization states of light via direct measurement”, *Nature Photonics* **7**, 1749–4885 (2013).
- [31] Александр Борисович Сергиенко, *Цифровая обработка сигналов. 3-е изд.* – БХВ-Петербург, (2011).
- [32] Steven Byrnes Frequency-resolved optical gating (frog), matlab implementation (2012).
- [33] Gene H Golub, Christian Reinsch, “ Singular value decomposition and least squares solutions”, *Numerische Mathematik* **14**, 403–420 (1970).
- [34] Daniel J Kane, G Rodriguez, AJ Taylor, Tracy Sharp Clement, “Simultaneous measurement of two ultrashort laser pulses from a single spectrogram in a single shot”, *JOSA B* **14**, 935–943 (1997).